

جمهورية السودان



وزارة التربية والتعليم



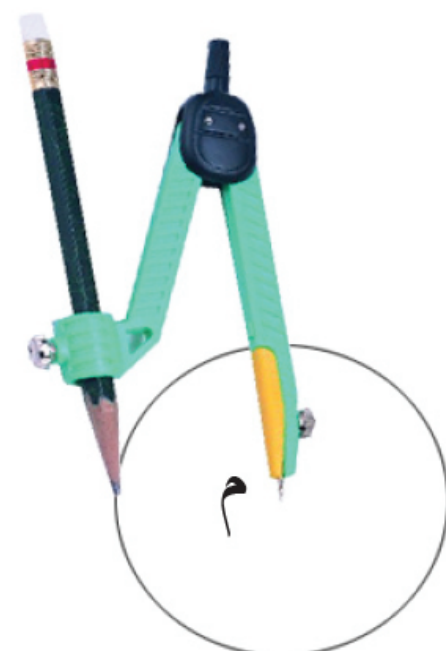
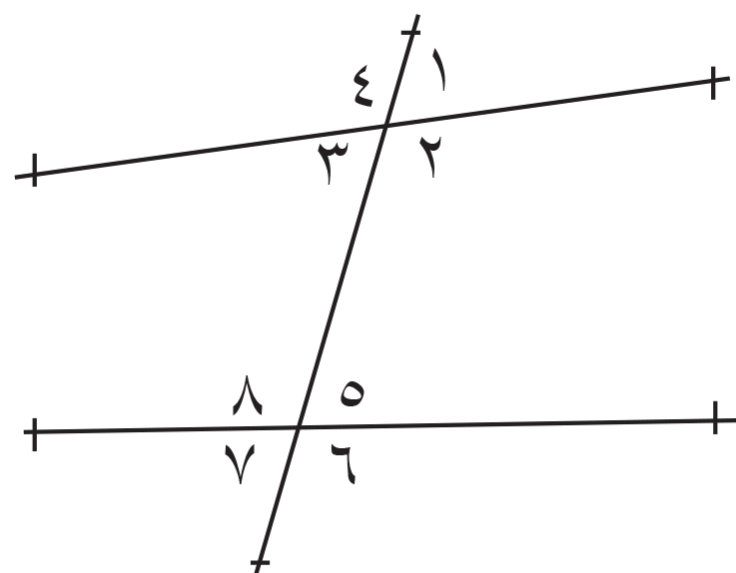
المركز القومي للمناهج والبحث التربوي
بخت الرضا

الرياضيات

5

الصف الخامس

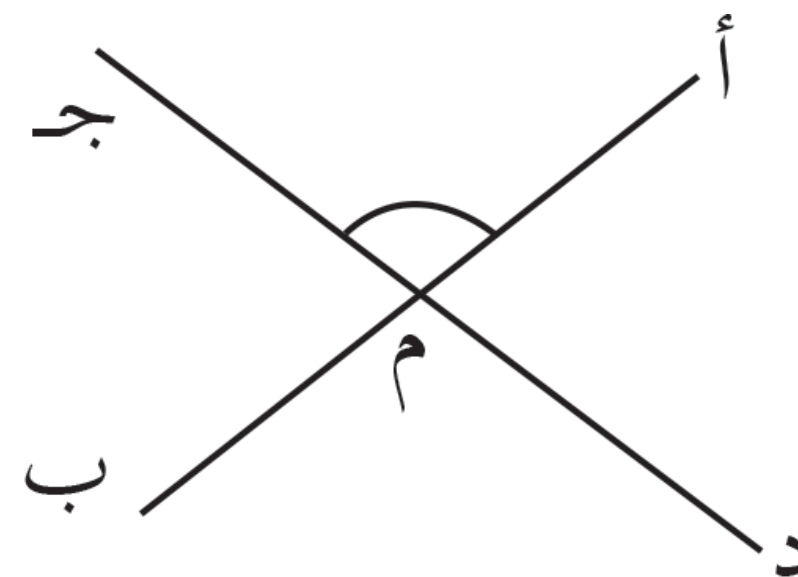
المرحلة الابتدائية



الرياضيات

5

الصف الخامس



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



جمهورية السودان
وزارة التربية والتعليم



المرحلة الابتدائية

الرياضيات

الصف الخامس



تم إعداد الكتاب بواسطة لجنة من المعلمين والخبراء بتكليف ومتابعة واشراف من المركز القومي للمناهج والبحوث التربوي.



حقوق الإعداد والطبع والنشر محفوظة للمركز القومي للمناهج
والبحث التربوي ولا يجوز لأي فرد أو جماعة أو شركة أو مطبعة أو دار نشر
طباعة أو بيع هذا الكتاب أو أي جزء منه وإلا تعرضت لطائلة القانون.

الطبعة الثانية ٢٠٢١م

الرقم	الموضوع	الصفحات
	المحتويات	أ
	المقدمة	ب
١	الوحدة الأولى (مجموعة الأعداد الطبيعية و العمليات عليها)	١
٢	الوحدة الثانية (الكسور و العمليات عليها)	١٥
٣	الوحدة الثالثة (الكسور العشرية و العمليات عليها)	٤٠
٤	الوحدة الرابعة (النسبة و التناسب)	٨٦
٥	الوحدة الخامسة (حساب محيط الأشكال الهندسية المستوية)	١٠٧
٦	الوحدة السادسة (الزوايا و المثلثات)	١٢٢

أبنائي وبناتي تلاميذ وتلميذات الصف الخامس الابتدائي، ها أنتم تقطعون خلفكم أربع سنوات من دراسة الرياضيات مما يعني أنكم وسعتم الأساس المتين للسير قدماً في تعلم هذه المادة المهمة. ولعلكم لاحظتم أن حاجتكم إلى التفكير والتأمل حتى يتم الفهم أصبحت أكثر إلحاحاً. نكرر وصيتنا لكم بأن حل كثير من التمارين هو السبيل إلى تقوية إدراككم للرياضيات.

هذا الكتاب يتكون من ست وحدات، الوحدة الأولى مجموعة الأعداد الطبيعية والعمليات عليها. والوحدة الثانية تعنى بالكسور والعمليات عليها. أما الوحدة الثالثة فيتم فيها تناول الكسور العشرية والعمليات عليها أما الوحدة الرابعة فإنها تطرح موضوع النسبة والتناسب. وستكون الوحدة الخامسة عن حساب محيط الأشكال الهندسية المستوية. والوحدة السادسة عن المثلثات والزوايا.

نأمل أن تسألوا معلمكم عن كل ما لا يقع في فهمكم كما نأمل أن يساعد هذا الكتاب على جعل دراسة الرياضيات تجربة رائعة ومثيرة وممتعة. ونرجو الله لكم التفوق في الرياضيات لخدمة وطننا العزيز.

المؤلفون

الوحدة الأولى

مجموعة الأعداد الطبيعية والعمليات عليها

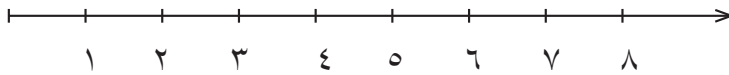
مجموعة الأعداد الطبيعية

مجموعة الأعداد الطبيعية:

لقد عرفت أن الأعداد الكلية هي ٠، ١، ٢، ٣، ... وهناك أعداد أخرى ليس الصفر من ضمنها وهي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ... وتسمى مجموعة الأعداد الطبيعية وهي مجموعة أعداد العد ويرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$. وتكتب على الصورة الآتية:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الطبيعية على الخط العددي كما يلي:



نلاحظ في خط الأعداد أعلاه أن الأعداد الطبيعية تزيد كلما اتجهنا نحو اليمين.

مثال (١):

مثّل / مثلي على خط الأعداد مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين ٢، ٦

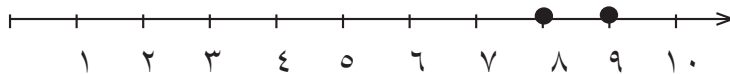
الحل:



مثال (٢):

مثّل / مثلي على خط الأعداد مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين ٧، ١٠

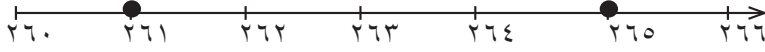
الحل:



مثال (٣):

أيهما أكبر ٢٦٥ أم ٢٦١ بالتمثيل على خط الأعداد.

الحل:



نلاحظ أن $265 > 261$ لأن الأعداد الطبيعية تزيد كلما اتجهنا نحو اليمين.

مثال (٤):

اكتب / اكتب بالترتيب الأعداد الأربعة الأصغر من ٩:

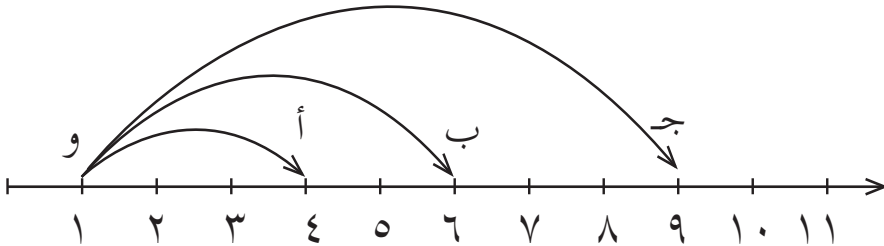
..., ..., ..., ٩, ١٠, ١١, ١٢, ...

الحل:

٨, ٧, ٦, ٥

مثال (٥):

باستخدام خط الأعداد كم تبعد النقاط أ، ب، جـ من النقطة (و) إذا اعتبرنا المسافة بين كل عددين متجاورين تساوي وحدة واحدة.



الحل:

$$\overline{أ} = 1 - ٤ = ٣ \text{ وحدات}$$

$$\overline{ب} = 1 - ٦ = ٥ \text{ وحدات}$$

$$\overline{ج} = 1 - ٩ = ٨ \text{ وحدات}$$

تمرين (١)

- (١) على خط الأعداد مَثَل / مَثَلِي الأعداد التالية: ٦، ٤، ٢، ٧
- (٢) مَثَل / مَثَلِي على خط الأعداد مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين ١١، ١٦
- (٣) ضع علامة < أو علامة > في المكان المناسب:

$$٩ \quad \square \quad ٥ \text{ (أ)}$$

$$٨ \quad \square \quad ١ \text{ (ب)}$$

$$٠ \quad \square \quad ١ \text{ (ج)}$$

قابلية القسمة على ٩

انظر / انظري الجدول التالي:

العدد	مجموع أرقامه	قابلية القسمة على ٩
١٠٨	$٩ = ١ + ٠ + ٨$	٩ يقبل القسمة على ٩
٧٣٤	$١٤ = ٧ + ٣ + ٤$	١٤ لا يقبل القسمة على ٩
٩٧٢	$١٨ = ٩ + ٧ + ٢$	١٨ يقبل القسمة على ٩
٦١٩٣	$١٩ = ٦ + ١ + ٩ + ٣$	١٩ لا يقبل القسمة على ٩

نلاحظ أن كل عدد يقبل القسمة على ٩ يكون مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩ والأعداد التي لا تقبل القسمة على ٩ يكون مجموع أرقامها لا يقبل القسمة على ٩.

قاعدة:

يقبل العدد القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩

مثال:

اختبر / اختبري قابلية القسمة على ٩ :

١٣٨٢، ٩٩٢٧، ٣١٩، ١١٩٤

الحل:

العدد	مجموع أرقامه	قابلية القسمة على ٩
١١٩٤	١٥	لا
٣١٩	١٣	لا
٩٩٢٧	٢٧	نعم
١٣٨٢	١٤	لا

ملحوظة:

أي عدد يقبل القسمة على ٩ يقبل القسمة على ٣ لماذا؟ وهل العكس صحيح؟

تمرين (٢)

اختبر / اختبري قابلية القسمة على ٩ فيما يلي:

(١) ٣٠٦

(٢) ٢٣٤

(٣) ٨٩٠

(٤) ١٤٢٨

(٥) ٩٨١٢٧

(٦) ٩٢٥٣٤

(٧) ٦٧٨٤١٥

(٨) ٩٧٥١٢٩٠

(٩) ٦٢٢٠٦٣٠٨

(١٠) ٢٦١٧٥٤١١٢

قابلية القسمة على ٤

العدد	قسمة العدد على ٤	قسمة العدد المكوّن من الآحاد والعشرات على ٤
١٦	$٤ = ٤ \div ١٦$	$٤ = ٤ \div ١٦$
٦٤	$١٦ = ٤ \div ٦٤$	$١٦ = ٤ \div ٦٤$
١١٥	$٢٨ = ٤ \div ١١٥$ والباقي ٣	$٣ = ٤ \div ١٥$ والباقي ٣
١٣٤	$٣٣ = ٤ \div ١٣٤$ والباقي ٢	$٨ = ٤ \div ٣٤$ والباقي ٢
١٤٤	$٣٦ = ٤ \div ١٤٤$	$١١ = ٤ \div ٤٤$
٤٠٨	$١٠٢ = ٤ \div ٤٠٨$	$٢ = ٤ \div ٨$
٦١٠	$١٥٢ = ٤ \div ٦١٠$ والباقي ٢	$٢ = ٤ \div ١٠$ والباقي ٢

إذا تأملنا في رقم الآحاد والعشرات في الأعداد نلاحظ أن بعضها يقبل القسمة على ٤ بدون باقٍ والبعض الآخر يقبل القسمة على ٤ بباقي.

قاعدة:

يقبل العدد القسمة على ٤ إذا كان العدد المكوّن من رقم آحاده وعشراته يقبل القسمة على ٤ بدون باقٍ.

تدريب:

أكمل/ أكمل الجدول التالي، ومن ثم اختبر/ اختبري قابلية القسمة على ٤:

العدد	قسمة العدد على ٤	قسمة العدد المكوّن من الآحاد والعشرات على ٤	قابلية القسمة على ٤
٢٤	$٦ = ٤ \div ٢٤$		
٣٧			
٢٣٦		$٩ = ٤ \div ٣٦$	نعم
٣٧٥	$٩٣ = ٤ \div ٣٧٥$ والباقي ٣	$١٨ = ٤ \div ٧٥$ والباقي ٣	

تمرين (٣)

اختبر/ اختبري قابلية قسمة الأعداد التالية على ٤:

٥٦٠٠٠، ١٠٣٢، ١٢٠، ٥١٦، ١٣٥، ٨٣٦، ٦٩١، ١٢٤

قابلية القسمة على ٨

العدد	قسمة العدد على ٨	قسمة العدد المكوّن من الآحاد والعشرات والمئات على ٨
١٠٠٠	$١٢٥ = ٨ \div ١٠٠٠$	$٠ = ٨ \div ٠$
١٢٩٦	$١٦٢ = ٨ \div ١٢٩٦$	$٣٧ = ٨ \div ٢٩٦$
١١٧٧	$١٤٧ = ٨ \div ١١٧٧$ والباقي ١	$٢٢ = ٨ \div ١٧٧$ والباقي ١
٢٠٢٨٨	$٢٥٣٦ = ٨ \div ٢٠٢٨٨$	$٣٦ = ٨ \div ٢٨٨$
١٩٦٤	$٢٤٥ = ٨ \div ١٩٦٤$ والباقي ٤	$١٢٠ = ٨ \div ٩٦٤$ والباقي ٤

إذا تأملنا في رقم الآحاد والعشرات والمئات في الأعداد نلاحظ أن بعضها يقبل القسمة على ٨ بدون باقٍ، والبعض الآخر يقبل القسمة على ٨ بباقي.

قاعدة:

يقبل العدد القسمة على ٨ إذا كان العدد المكوّن من رقم آحاده وعشراته ومئاته يقبل القسمة على ٨ بدون باقٍ.

تمرين (٤)

اختبر / اختبري قابلية قسمة الأعداد التالية على ٨:

$$\begin{array}{lllll} ١٥٦٨ (١) & ٢٠٢٠٩ (٢) & ٤٣٣٦ (٣) & ٩١٠٣٢ (٤) & ٨٠٠٢١ (٥) \\ ٦٧٣٦٨ (٦) & ٢٥٨٥٦ (٧) & ٣٣٢١٨ (٨) & & \end{array}$$

قابلية القسمة على ٦

كيف نميِّز العدد الذي يقبل القسمة على ٦؟ وكيف نميِّز العدد الذي يقبل القسمة على ٣؟

اختبر/ اختبري قابلية قسمة الأعداد الآتية على ٦ :

العدد	هل يقبل القسمة على ٣	زوجي أم فردي	هل يقبل القسمة على ٦
٣٦	نعم	زوجي	نعم
٢٣	لا	فردي	لا
٦٦	نعم	زوجي	نعم
٥٦	لا	زوجي	لا
٢١	نعم	فردي	لا

- هل الأعداد الفردية تقبل القسمة على ٦؟ هل الأعداد الزوجية تقبل القسمة على ٦؟

- هل الأعداد الزوجية التي تقبل القسمة على ٣ تقبل القسمة على ٦؟

- هل الأعداد الزوجية التي لا تقبل القسمة على ٣ تقبل القسمة على ٦؟

- ماذا تستنتج/ تستنتجين؟

قاعدة:

يقبل العدد القسمة على ٦ إذا كان زوجياً ويقبل القسمة على ٣.

مثال:

اختبر/ اختبري قابلية القسمة على ٦ فيما يلي:

١٠٨ (١) ٣٣٨ (٢) ٥٧٠ (٣) ٤٩٣ (٤)

الحل:

(١) ١٠٨ يقبل القسمة على ٦ لأنه زوجي ويقبل القسمة على ٣ .

(٢) ٣٣٨ لا يقبل القسمة على ٦ لأنه لا يقبل القسمة على ٣ .

(٣) ٥٧٠ يقبل القسمة على ٦ لأنه زوجي ويقبل القسمة على ٣ .

(٤) ٤٩٣ لا يقبل القسمة على ٦ لأنه فردي .

تمرين (٥)

اختبر/ اختبري قابلية القسمة على ٦ للأعداد التالية:

١٥٧٩٢ (١) ١٠٠٠٠٠ (٢) ٢٥٧٣٧ (٣) ٥٠٠١ (٤) ٤٢٩ (٥)

١٧١٢٦٥ (٧) ١٠٣٢ (٦)

مربع العدد والجذر التربيعي لمربع كامل

أ) تأمل / تأملي الجدول الذي يمثل خصائص الضرب للأعداد ١-٩ :

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	×
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢	٢
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣	٣
٣٦	٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	٤	٤
٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩	٩

نلاحظ أن كل عدد في المربعات الملونة ينتج من ضرب العدد في نفسه وهي النواتج نفسها في العمليات التالية:

$$١ = ١ \times ١ \text{ حيث يدعى العدد ١ مربع العدد ١}$$

$$٢ = ٢ \times ٢ \text{ حيث يدعى العدد ٤ مربع العدد ٢}$$

$$٩ = ٣ \times ٣ \text{ حيث يدعى العدد ٩ مربع العدد ٣}$$

$$١٦ = ٤ \times ٤ \text{ حيث يدعى العدد ١٦ مربع العدد ٤}$$

وهكذا يسمى كل من هذه الأعداد مربعاتاً كاملاً.

إذن للحصول على مربع العدد نضرب العدد في نفسه.

لذا فإن العدد ٨١ هو مربع العدد ٩ لأن $٨١ = ٩ \times ٩$. ويمكن أن نعبر عن ٩×٩ على الشكل $٩^٢$ وتقرأ ٩ تربيع.

وبالمثل فإن العدد ١٠٠ مربع العدد ١٠ لأن $١٠٠ = ١٠ \times ١٠$

مثال (١):

ما هو مربع العدد ٥ ؟

الحل:

إنّ مربع العدد ٥ هو $٥ \times ٥ = ٢٥$

ب) لقد علمنا أن ١٦ هي مربع العدد ٤ لأن $٤ \times ٤ = ١٦$ وبالعكس يمكن القول إن العدد ٤ هو الجذر التربيعي للعدد ١٦، حيث نستخدم الرمز $\sqrt{\quad}$ أو $\sqrt[4]{\quad}$ لندل على أن المطلوب هو إيجاد الجذر التربيعي للعدد المكتوب تحت الرمز. وقد اتفق الرياضيون على كتابته بالصورة $\sqrt{\quad}$ بدلاً عن $\sqrt[4]{\quad}$.

الجذر التربيعي للعدد هو ذلك العدد الذي إذا ضرب في نفسه يكون الناتج هو العدد المراد إيجاد الجذر التربيعي له.

ج) إنّ الأعداد ١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٦٤، ... تسمى مربعات كاملة لأنها تنتج من عملية ضرب عدد بنفسه ١×١ ، ٢×٢ ، ٣×٣ ، ٤×٤ ، ٥×٥ ، ٨×٨ ، ...

مثال (٢):

ما هو مربع العدد ٧ ؟

الحل:

مربع العدد يساوي العدد مضروباً في نفسه

$$\text{مربع } ٧ = ٧ \times ٧ = ٤٩$$

مثال (٣):

أيّ من الأعداد التالية مربع كامل ولماذا ؟

١، ٣، ٩، ١١، ١٦، ٢٢، ٢٥، ٧١، ٨١

الحل:

المربعات الكاملة هي: ١، ٩، ١٦، ٢٥، ٨١ لأن الجذر التربيعي لكلٍّ منها عدد طبيعي.

مثال (٤):

$$\sqrt{121} \text{ جـد / جـدي}$$

الحل:

$$11 = \sqrt{121}$$

الجذر التربيعي للمربع الكامل بطريقة التحليل:

لإيجاد الجذر التربيعي للأعداد المربعة نحللها إلى عواملها الأولية.

مثال (٥):

جد / جـدي الجذر التربيعي للعدد ١٩٦ بالتحليل.

الحل:

نحلل العدد ١٩٦ إلى عوامله الأولية، فنحصل على:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 196 \\ 2 & 98 \\ 7 & 14 \\ 7 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$(7 \times 2) \times (7 \times 2) = 7 \times 7 \times 2 \times 2 = 196$$

$$14 \times 14 =$$

$$14 = \sqrt{196} \therefore$$

مثال (٦):

جد / جـدي الجذر التربيعي للعدد ١٢٩٦ بالتحليل.

الحل

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1296 \\ 2 & 648 \\ 2 & 324 \\ 2 & 162 \\ 3 & 54 \\ 3 & 18 \\ 3 & 6 \\ 3 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1296$$

$$(3 \times 3 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 2 \times 2) =$$

$$36 \times 36 =$$

$$36 = \sqrt{1296} \therefore$$

ملاحظة:

لايجاد الجذر التربيعي بالتحليل:

أولاً: نحلل العدد إلى عوامله الأولية.

ثانياً: نكتب العدد على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية.

ثالثاً: نكتب العدد على صورة حاصل ضرب عاملين متساويين في أقواس.

رابعاً: أحد العاملين المتساويين يمثل الجذر التربيعي.

مثال (٧):

جد/ جدي الجذر التربيعي للعدد ٢٥٦ بالتحليل.

الحل:

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 256 \\
 2 & 128 \\
 2 & 64 \\
 2 & 32 \\
 2 & 16 \\
 2 & 8 \\
 2 & 4 \\
 2 & 2 \\
 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 &= 256 \\
 (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) &= \\
 16 \times 16 &= \\
 16 = \sqrt{256} \therefore &
 \end{aligned}$$

تمرين (٦)

١) أملأ / إملئي الجدول التالي بالعدد المناسب:

العدد	٧		١٣			
مربعه	٢٥	٨١	١٤٤	٤٠٠	٦٢٥	

٢) جدي الجذر التربيعي لكل الأعداد التالية بالتحليل :

أ / ٤٢٢٥ ب / ٢٥٠٠ ج / ١٢٢٥
 د / ٧٠٥٦ هـ / ٢٨٩

الوحدة الثانية

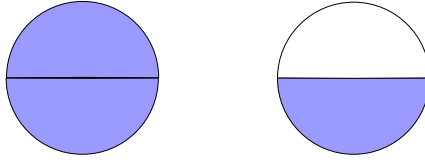
الكسور

والعمليات عليها

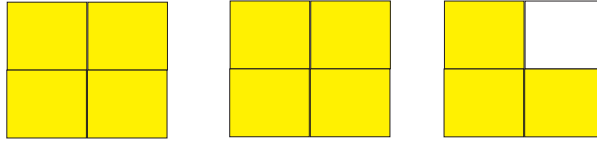
الكسر المركب

الكسر المركب أو العدد الكسري، وتحويله إلى كسر غير عادي:

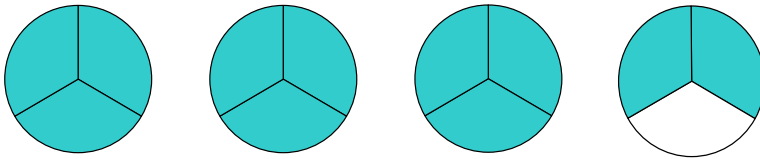
أ) العدد الذي يدل على الشكلين معاً هو $1\frac{1}{4}$ ويقرأ واحد ونصف.



ب) العدد الذي يدل على الأشكال التالية هو $2\frac{3}{4}$ ويقرأ اثنان وثلاثة أرباع.



ج) العدد الذي يدل على الأشكال التالية هو $3\frac{2}{3}$ ويقرأ ثلاثة وثلاثان.



لاحظ/ لاحظي أن كل عدد هنا يتكون من عدد صحيح وكسر بسطه أصغر من مقامه. ويعرف في هذه الحالة بالكسر المركب أو العدد الكسري.

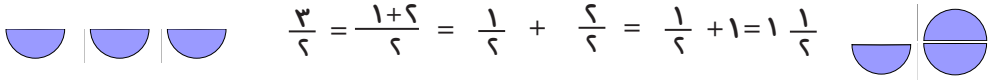
تعريف:

الكسر المركب أو العدد الكسري هو عدد صحيح وكسر بسطه أصغر من مقامه، مثل: $1\frac{1}{2}$ ، $3\frac{1}{5}$ ، $6\frac{2}{3}$

تحويل الكسر المركب إلى كسر غير عادي:

مثل:

$$(أ) \quad \frac{3}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + 1 = 1 \frac{1}{6}$$


$$(ب) \quad \frac{11}{4} = \frac{3+4+4}{4} = \frac{3}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{3}{4} + 1 + 1 = \frac{3}{4} + 2 = 2 \frac{3}{4}$$

$$(ج) \quad \frac{12}{7} = \frac{5+7}{7} = \frac{5}{7} + \frac{7}{7} = \frac{5}{7} + 1 = 1 \frac{5}{7}$$

$$(د) \quad \frac{47}{8} = \frac{7+40}{8} = \frac{7}{8} + \frac{40}{8} = \frac{7}{8} + 5 = 5 \frac{7}{8}$$

الآن يمكننا كتابة أيٍّ من العمليات أعلاه، مثلاً $2 \frac{3}{4}$ هكذا:

$$\frac{11}{4} = \frac{3+8}{4} = \frac{3+4 \times 2}{4} = 2 \frac{3}{4}$$

عرفنا سابقاً أن الكسر عندما يكون بسطه أصغر من مقامه يسمى كسراً عادياً، أما في هذه الحالات التي نتجت من تحويل الكسر المركب فإن الكسر الناتج يكون بسطه أكبر من مقامه ويعرف في هذه الحالة بالكسر غير العادي.

قاعدة:

هناك قاعدة للتحويل من كسر مركب إلى كسر غير عادي، وهي:

$$\frac{\text{العدد الصحيح} \times \text{المقام} + \text{البسط}}{\text{المقام}} = \frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$$

$$\frac{\text{العدد الصحيح} \times \text{المقام} + \text{البسط}}{\text{المقام}} = \text{الكسر المركب}$$

مثال:

حوّل/ حوّل الكسور المركبة التالية إلى كسور غير عادية:

أ/ $4 \frac{2}{3}$ ب/ $6 \frac{4}{5}$ ج/ $5 \frac{2}{7}$

الحل:

أ/ $\frac{14}{3} = \frac{2+3 \times 4}{3} = 4 \frac{2}{3}$

ب/ $\frac{34}{5} = \frac{4+5 \times 6}{5} = 6 \frac{4}{5}$

ج/ $\frac{37}{7} = \frac{2+7 \times 5}{7} = 5 \frac{2}{7}$

تمرين (١)

(١) حوّل/ حوّل الكسور التالية إلى كسور غير عادية:

$$٦\frac{٢}{٣} ، ١٢\frac{٧}{٨} ، ٩\frac{٢}{٥} ، ٢\frac{٣}{٤} ، ٣\frac{١}{٥}$$

(٢) ضع/ ضعي خطأً تحت الإجابة الصحيحة:

$$(أ) \quad \frac{٢٠}{٣} ، \frac{٢٧}{٣} ، \frac{٢١}{٣} = ٦\frac{٢}{٣}$$

$$(ب) \quad \frac{٢٠}{٤} ، \frac{٢١}{٤} ، \frac{٢٣}{٤} = ٥\frac{٣}{٤}$$

$$(ج) \quad \frac{١٠}{٧} ، \frac{١٥}{٧} ، \frac{١٦}{٧} = ٢\frac{١}{٧}$$

تحويل الكسر غير العادي إلى كسر مركب

بما أن بسط الكسر غير العادي أكبر من مقامه، فإنه عند تحويله إلى كسر مركب نستخدم القسمة وذلك بقسمة بسطه على مقامه فيكون ناتج القسمة هو العدد الصحيح في الكسر المركب، ويتكون الكسر في الكسر المركب من الباقي كبسط ومقامه هو مقام الكسر غير العادي، كما في الأمثلة التالية:

مثال: (١)

لتحويل $\frac{5}{4}$ إلى كسر مركب فإننا نقسم البسط على المقام

$$\therefore 1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \overline{) 5} \\ \underline{4} \\ 1 \end{array}$$

ناتج القسمة

باقي القسمة

مثال: (٢)

حوّل / حوّل الكسور غير العادية التالية إلى كسور مركبة:

$$\frac{74}{7} \quad / 4 \quad \frac{24}{7} \quad / 3 \quad \frac{18}{5} \quad / 2 \quad \frac{7}{4} \quad / 1$$

الحل:

$$1 \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \quad / 1$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \overline{) 7} \\ \underline{4} \\ 3 \end{array}$$

$$3 \frac{3}{5} = \frac{18}{5} \quad / 5$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{) 18} \\ \underline{15} \\ 3 \end{array}$$

$$3 \frac{3}{7} = \frac{24}{7} \quad / 7$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7 \overline{) 24} \\ \underline{21} \\ 3 \end{array}$$

$$9 \frac{1}{7} = \frac{64}{7} \quad / 7$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 7 \overline{) 64} \\ \underline{63} \\ 1 \end{array}$$

تمرين (٢)

(١) حوّل/ حوّل الكسور التالية إلى كسور مركبة:

$$\frac{13}{5}, \frac{29}{12}, \frac{31}{4}, \frac{57}{8}, \frac{36}{7}$$

(٢) ضع/ ضعي خطأً تحت الكسور المركبة:

$$11 \frac{3}{3}, 2 \frac{3}{4}, \frac{1}{7}, 1 \frac{5}{6}, \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, 2 \frac{1}{3}$$

(٣) ميّز/ ميّزي بين الكسر العادي والكسر غير العادي والكسر المركب فيما يلي:

$$\frac{2}{9}, \frac{16}{5}, \frac{15}{18}, \frac{2}{7}, 3 \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{5}{2}, \frac{3}{5}$$

$$11 \frac{1}{8}, \frac{25}{11}, \frac{51}{8}, 5 \frac{3}{7}, 1 \frac{1}{4}, \frac{9}{2}$$

(٤) اكتب/ اكتب رموز الكسور المركبة التالية:

أ. أربعة وأربعون و(خمس)

ب. ثلاثة و(ثلاثة أسباع)

ج. سبعة و(خمسة عشر من سبعة عشر)

ضرب الكسر بعدد صحيح

مثال (١):

ثلاثة أوعية متساوية كلٌّ منها مملوءة إلى ثلاثة أرباعها بالماء ، ما كمية الماء الكلي ؟
من الشكل نلاحظ أن كمية الماء الكلي هي:



$$\frac{9}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

أي أن الكمية $\frac{3}{4}$ مكررة ثلاث مرات وهي تساوي $\frac{3}{4} \times 3$

(عملية الضرب هي عبارة عن عملية جمع متكررة)

قاعدة:

ناتج ضرب كسر عادي في عدد صحيح هو كسر بسطه ناتج ضرب العدد الصحيح في بسط الكسر ومقامه هو مقام الكسر.

مثال (٢): جد/ جدي ناتج ما يلي:

أ/ $2 \times \frac{7}{9}$ ب/ $3 \times \frac{4}{5}$ ج/ $7 \times \frac{2}{3}$

الحل:

أ/ $2 \times \frac{7}{9} = \frac{2 \times 7}{9} = \frac{14}{9}$

ب/ $3 \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$

ج/ $7 \times \frac{2}{3} = \frac{7 \times 2}{3} = \frac{14}{3}$

يمكن استخدام القاعدة نفسها في حالة ضرب الكسر المركب في العدد الصحيح وذلك بعد تحويله إلى كسر غير عادي كما في المثال التالي:

مثال (٣) :

$$\text{جد/ جدي ناتج أ/ } \frac{3}{2} \times 15 \quad \text{ب/ } \frac{3}{4} \times 2$$

الحل:

$$\text{أ/ } \frac{3}{2} \times 15 = \frac{45}{2} = \frac{3}{2} \times 15$$

$$\text{ب/ } \frac{3}{4} \times 2 = \frac{33}{4} = 3 \times \frac{11}{4} = 3 \times 2 \frac{3}{4}$$

تمرين (٣)

أجر/ أجري عمليات الضرب التالية:

$$\text{٣/ } 3 \times \frac{2}{7}$$

$$\text{٢/ } 1 \times \frac{3}{4}$$

$$\text{١/ } 1 \times \frac{2}{9}$$

$$\text{٦/ } 2 \times 5 \frac{1}{3}$$

$$\text{٥/ } 6 \times 3 \frac{2}{11}$$

$$\text{٤/ } 4 \times 2 \frac{3}{7}$$

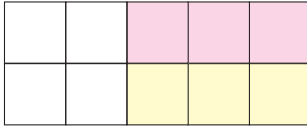
$$\text{٨/ } 3 \frac{2}{4} \times 12$$

$$\text{٧/ } 6 \times 3 \frac{2}{11}$$

ضرب كسر عادي في كسر عادي

مثال (١):

زرع مزارع ثلاثة أخماس أرضه بالأشجار المثمرة. إذا كان نصف الأرض المزروعة بالأشجار المثمرة أشجار برتقال، فكم جزءاً من الأرض مزروع بأشجار البرتقال؟



لاحظ/ لاحظي من الشكل أن نصف الـ $\frac{3}{5}$ هو:

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$$

الأرض المزروعة بالبرتقال هي $\frac{3}{10}$ من الأرض

مثال (٢):

جد/جدي:

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$$

الحل:

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

قاعدة: ضرب كسر في كسر آخر

نضرب بسط الكسر الأول في بسط الكسر الثاني ومقام الكسر الأول في مقام الكسر الثاني، أي في عملية الضرب على الكسور يتم الآتي:

$$\frac{\text{البسط}_1 \times \text{البسط}_2}{\text{المقام}_1 \times \text{المقام}_2}$$

لاحظ / لاحظي أنَّ:

$$\frac{1}{15} = \frac{1 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \quad / \text{أ}$$

$$\frac{3}{14} = \frac{3 \times 2}{4 \times 7} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \quad / \text{ب}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{3 \times 4}{18 \times 9} = \frac{3}{18} \times \frac{4}{9} \quad / \text{ج}$$

وهنا لا بد من الاختصار وتبسيط الكسور لتسهيل عملية الضرب.

تمرين (٤)

جد / جدي حاصل الضرب لأبسط صورة ممكنة:

$$\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} \quad / \text{٣}$$

$$\frac{7}{7} \times \frac{4}{9} \quad / \text{٢}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \quad / \text{١}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{9}{14} \quad / \text{٦}$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{6} \quad / \text{٥}$$

$$\frac{7}{12} \times \frac{5}{12} \quad / \text{٤}$$

$$\frac{15}{16} \times \frac{2}{3} \quad / \text{٨}$$

$$\frac{7}{25} \times \frac{5}{41} \quad / \text{٧}$$

ضرب أكثر من كسرين عاديين

بالاستفادة من الدرس السابق، يمكننا تعميم عملية ضرب كسر في كسر آخر إلى ضرب أكثر من كسرين عاديين كالآتي:

مثلاً $\frac{3}{40} = \frac{1 \times 3 \times 1}{4 \times 5 \times 2} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ نلاحظ أننا ضربنا بسط الكسر الأول في بسط الكسر الثاني في بسط الكسر الثالث ومقام الكسر الأول في مقام الكسر الثاني في مقام الكسر الثالث لاحظي أن:

$$\frac{3}{28} = \frac{1 \times 2 \times 3}{2 \times 7 \times 4} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} \quad / أ$$

$$\frac{1}{18} = \frac{2 \times 3 \times 4}{9 \times 1 \times 6} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} \times \frac{4}{6} \quad / ب$$

$$\frac{1}{48} = \frac{4 \times 3 \times 1}{9 \times 1 \times 1} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{1} \times \frac{1}{1} \quad / ج$$

تمرين (٥)

أجر/ أجري العمليات الآتية:

$$\frac{3}{6} \times \frac{2}{15} \times \frac{5}{6} \quad / ٢ \quad \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \quad / ١$$

$$\frac{5}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \quad / ٤ \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{7} \quad / ٣$$

$$\frac{7}{7} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{2}{9} \quad / ٦ \quad \frac{4}{5} \times \frac{7}{9} \times \frac{3}{1} \quad / ٥$$

ضرب الكسور

يمكن تعميم قاعدة ضرب الكسر العادي في الكسر العادي على ضرب الكسور بصورة عامة، ففي حالة أن يكون أحد الكسرين كسراً مركباً أو كلاهما كسرين مركبين، فيمكن تحويل الكسر المركب إلى كسر غير عادي أولاً ثم تطبيق قاعدة الضرب بضرب البسط في البسط والمقام في المقام كما في الأمثلة التالية:

مثال (١):

$$\text{أجر/ أجي العملية: } ٤ \times ٢ \frac{٣}{٥}$$

الحل:

$$١٠ \frac{٢}{٥} = \frac{٥٢}{٥} = ٤ \times \frac{١٣}{٥} = ٤ \times ٢ \frac{٣}{٥}$$

مثال (٢)

$$\text{أجر/ أجي العملية: } ٣ \frac{٣}{٧} \times ٤ \frac{٢}{٣}$$

الحل:

$$١٦ = \frac{٢٤}{٧} \times \frac{١٤}{٣} = ٣ \frac{٣}{٧} \times ٤ \frac{٢}{٣}$$

مثال (٣):

$$\text{أجر/ أجي العملية: } ٥ \frac{١}{٦} \times ١ \frac{١}{٤} \times ٣ \frac{٣}{٥}$$

الحل:

$$٢٣ \frac{١}{٤} = \frac{٩٣}{٤} = \frac{٣١}{٦} \times \frac{٥}{٤} \times \frac{١٨}{٥} = ٥ \frac{١}{٦} \times ١ \frac{١}{٤} \times ٣ \frac{٣}{٥}$$

مثال (٤)

أجر/ أجز العملفة:

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{5}$$

الحل:

$$\frac{21}{20} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5}$$

تمرين (٦)

جد/ جدي قفمة ما فلف:

$$3 \times 5 \frac{1}{4} / 1$$

$$4 \times 6 \frac{2}{3} / 2$$

$$3 \frac{5}{9} \times 5 / 3$$

$$3 \frac{1}{4} \times 5 \frac{1}{5} / 4$$

$$7 \frac{3}{4} \times 7 \frac{1}{4} / 5$$

$$7 \frac{3}{4} \times 7 \frac{1}{4} / 6$$

$$1 \frac{1}{7} \times 3 \frac{2}{3} \times 5 \frac{1}{3} / 7$$

$$1 \frac{3}{5} \times 6 \frac{1}{6} \times 4 \frac{3}{4} / 1$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{3}{6} / 9$$

$$3 \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} / 10$$

مقلوب الكسر

اشترت سلمى قطعتي حلوى ثمن كل قطعة $\frac{1}{2}$ جنيه، فكم ثمن هذه القطع ؟

لإيجاد الجواب نضرب عدد القطع في ثمن القطعة الواحدة .

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2} \times 2$$

عندما يكون حاصل ضرب عددين يساوي واحداً يكون كلٌّ منهما مقلوباً للآخر .

لاحظ / لاحظي أن :

$$1 = \frac{5}{5} = \frac{1 \times 5}{5} = \frac{1}{5} \times 5$$

$$1 = \frac{7}{7} = \frac{7 \times 1}{7} = 7 \times \frac{1}{7}$$

$$1 = \frac{12}{12} = \frac{4 \times 3}{3 \times 4} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$$

إذن نقول إن :

$\frac{5}{1}$ مقلوب $\frac{1}{5}$ لأن العدد الصحيح 5 هو $\frac{5}{1}$

مقلوب $\frac{1}{7}$ هو 7 ومقلوب 7 هو $\frac{1}{7}$

مقلوب $\frac{3}{4}$ هو $\frac{4}{3}$ ومقلوب $\frac{4}{3}$ هو $\frac{3}{4}$

حيث أصبح البسط مقاماً والمقام بسطاً .

قاعدة :

حاصل ضرب العدد في مقلوبه يساوي واحداً

مثال (١)

جد/ جدي مقلوب كلٍّ من الأعداد التالية :

$$\frac{8}{7} \quad (٣) \quad \frac{3}{5} \quad (٢) \quad ٧ \quad (١)$$

الحل

$$\frac{1}{7} \quad (1) \quad \frac{5}{3} \quad (2) \quad \frac{7}{8} \quad (3)$$

مثال (٢)

جد/ جدي ناتج ما يلي :

$$(أ) \quad \frac{1}{2} \times 4 \quad (ب) \quad 8 \times \frac{1}{8} \quad (ج) \quad \frac{5}{11} \times \frac{11}{5}$$

الحل

$$(أ) \quad 1 = \frac{2}{2} = \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2} \times 2$$

$$(ب) \quad 1 = \frac{8}{8} = \frac{8 \times 1}{8} = 8 \times \frac{1}{8}$$

$$(ج) \quad 1 = \frac{55}{55} = \frac{5 \times 11}{11 \times 5} = \frac{5}{11} \times \frac{11}{5}$$

تمرين (٧)

١/ جد/ جدي مقلوب كل من الأعداد التالية :

$$(أ) \quad \frac{1}{3} \quad (ب) \quad 9 \quad (ج) \quad \frac{7}{7} \quad (د) \quad \frac{9}{8} \quad (هـ) \quad \frac{49}{100} \quad (و) \quad \frac{143}{28}$$

٢/ ضع / ضعي العدد المناسب في المربع :

$$1 = \frac{\square}{\square} \times 12 \quad (أ) \quad 1 = \frac{1}{25} \times \frac{\square}{\square} \quad (ب)$$

$$1 = \frac{\square}{\square} \times \frac{7}{13} \quad (ج) \quad 1 = \frac{\square}{4} \times \frac{\square}{7} \quad (د)$$

٣/ جد/ جدي مقلوب الكسور الآتية :

$$(أ) \quad \frac{1}{5} \quad (ب) \quad \frac{5}{7} \quad (ج) \quad \frac{1}{6}$$

قسمة عدد صحيح على كسر

يريد شخص أن يضع ثلاثة لترات من الزيت في عبوات، تسع العبوة الواحدة نصف لتر، فإلى كم عبوة يحتاج؟



المطلوب كم نصفاً في ٣ أي نقسم ٣ على $\frac{1}{2}$

$$3 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \quad (\text{نضرب في مقلوب الكسر } \frac{1}{2})$$

وكما يوضح ذلك الرسم العبوات وعددها ٦.

قاعدة:

عند قسمة عدد صحيح على كسر، نضرب العدد الصحيح في مقلوب الكسر.

أمثلة:

$$36 \div \frac{1}{4} = \frac{36}{1} = \frac{4}{1} \times 9 = 36$$

$$12 \div \frac{2}{3} = \frac{12}{1} = \frac{3}{2} \times 8 = 18$$

$$5 \div \frac{1}{3} = \frac{5}{1} = \frac{3}{1} \times 5 = 15$$

تمرين (٨)

أجر/ أجري العمليات التالية:

$$\frac{1}{5} \div \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{7} \div \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{9} \div \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{14} \div \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{6}{7}$$

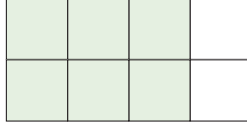
$$\frac{7}{8} \div \frac{18}{7}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{12}{7}$$

قسمة كسر على عدد صحيح

الشكل جانبه مقسّم إلى ٨ أجزاء متساوية

كل جزء يمثل $\frac{1}{8}$



الجزء المظلل يمثل $\frac{3}{4}$ الشكل ويساوي $\frac{6}{8}$

فإذا قسمنا هذا الجزء المظلل على ٢ نحصل على $\frac{1}{4}$ الـ $\frac{3}{4}$

أي $\frac{1}{4}$ الـ $\frac{6}{8}$ وهو $\frac{3}{8}$

أي أن :

$$\frac{3}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 2 \div \frac{3}{4}$$

وبالمثل $\frac{3}{4} \div \frac{1}{6}$ تعني $6 \div \frac{3}{4}$ الـ $\frac{3}{4}$

$$\frac{1}{6} = \frac{3}{24} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$$

قاعدة :

عند قسمة كسر على عدد صحيح نضرب الكسر في مقلوب العدد .

مثال (١) : جد/ جدي ناتج الآتي :-

$$(أ) \quad 9 \div \frac{3}{7} \quad (ب) \quad 10 \div \frac{5}{6} \quad (ج) \quad 2 \div \frac{7}{8}$$

الحل

$$(أ) \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \times \frac{7}{7} = 9 \div \frac{3}{7}$$

$$(ب) \quad \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{6}{6} = 10 \div \frac{5}{6}$$

$$(ج) \quad \frac{7}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = 2 \div \frac{7}{8}$$

مثال (٢)

وزع الباقر $\frac{٤}{٥}$ من ماله على أصدقائه الستة ، ما نصيب كل واحد من أصدقائه ؟

الحل

$$\text{نصيب كل صديق} = \frac{٤}{٥} \div ٦ = \frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٦} = \frac{٢}{١٥} \text{ من المبلغ}$$

تمرين (٩)

أجر/ أجري العمليات الآتية :

$$١٠ \div \frac{١}{٣} \quad (٣)$$

$$١٢ \div \frac{٦}{٨} \quad (٢)$$

$$١٤ \div \frac{٢}{٧} \quad (١)$$

$$٤ \div \frac{٤}{٧} \quad (٥)$$

$$٣ \div \frac{١١}{١٥} \quad (٤)$$

قسمة كسر عادي على كسر عادي

يريد رجل أن يقسم ثلاثة أرباع من تفاحة على أبنائه بالتساوي لكل منهم ربع تفاحة. كم عدد أبنائه؟

المطلوب: كم $\frac{1}{4}$ في $\frac{3}{4}$.

أي نقسم $\frac{3}{4}$ على $\frac{1}{4}$

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{4}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$$

أي نحول القسمة إلى ضرب ونضرب (في مقلوب المقسوم عليه)

قاعدة:

لقسمة كسر على كسر آخر فإننا نثبت الكسر الأول ثم نقلب إشارة القسمة إلى ضرب، ونقلب الكسر الثاني أي نبدل البسط مع المقام ثم نجري عملية الضرب.

مثال:

$$\frac{3}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \quad /1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \div \frac{2}{3} \quad /2$$

$$1 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \div \frac{3}{4} \quad /3$$

ناتج قسمة كسر على كسر آخر هو ناتج ضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني.

تمرين (١٠)

جد/ جدي ناتج القسمة، واكتب/ اکتبي الجواب بأبسط صورة:

$$\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} / 2$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{3}{5} / 1$$

$$\frac{11}{18} \div \frac{5}{12} / 4$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{3}{9} / 3$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{8}{9} / 6$$

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{7} / 5$$

قسمة الكسور

عرفنا أن قسمة الكسر العادي على الكسر العادي يمكن تحويلها إلى عملية ضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني. فعندما يكون أحد الكسرين المضروبين أو كلاهما كسراً مركباً نقوم بتحويل الكسر المركب إلى كسر غير عادي ثم نجري عملية القسمة بالقاعدة نفسها بعد ذلك، كما في الأمثلة التالية:

مثال (١):

$$\text{جد/ جدي قيمة: } 3 \frac{3}{7} \div \frac{4}{5}$$

الحل:

$$3 \frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{30}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{30}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{150}{28} = \frac{75}{14} = 5 \frac{5}{14}$$

مثال (٢):

$$\text{جد/ جدي قيمة: } 2 \frac{2}{3} \div 4 \frac{4}{5}$$

الحل:

$$2 \frac{2}{3} \div 4 \frac{4}{5} = \frac{8}{3} \div \frac{24}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{24} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$$

تمرين (١١)

جد/ جدي ناتج القسمة:-

$$\text{أ/ } 5 \frac{2}{5} \div 3 \frac{1}{3} \quad \text{ب/ } 4 \frac{2}{4} \div 2 \frac{2}{5} \quad \text{ج/ } 3 \frac{3}{7} \div 4 \frac{5}{9}$$

تمرين عام

(١) انقل / انقلي في كراستك / كراستك واقرأ / اقري الكسور المركبة التالية :

$$\frac{7}{11}, \frac{2}{3}, \frac{2}{11}, \frac{2}{7}, 13, \frac{2}{3}$$

(٢) اكتب / اكتب رموز الكسور المركبة التالية:

أ / اثنان وثلاثة أرباع ب / خمسة وثلثان

(٣) حوّل / حوّل الكسور المركبة إلى كسور غير عادية:

$$\text{أ} / \frac{1}{3} \quad \text{ب} / \frac{2}{3} \quad \text{ج} / \frac{1}{5} \quad \text{د} / \frac{2}{9}$$

(٤) حوّل / حوّل الكسور غير العادية إلى كسور مركبة:

$$\text{أ} / \frac{8}{5} \quad \text{ب} / \frac{16}{3} \quad \text{ج} / \frac{24}{7} \quad \text{د} / \frac{39}{6}$$

(٥) جد / جدي ناتج ما يلي:

$$\text{أ} / \frac{3}{4} \times \frac{3}{7} \quad \text{ب} / \frac{2}{5} \times 9 \quad \text{ج} / \frac{3}{7} \times 2 \quad \text{د} / \frac{7}{8} \times 4$$

(٦) جد / جدي ناتج:

$$\text{أ} / \frac{7}{6} \times \frac{3}{4} \quad \text{ب} / \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} \quad \text{ج} / \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \quad \text{د} / \frac{7}{5} \times \frac{9}{2}$$

$$\text{هـ} / \frac{9}{6} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{3} \quad \text{و} / \frac{7}{4} \times \frac{25}{2} \times \frac{20}{5}$$

(٧) جد / جدي ناتج:

$$\text{أ} / \frac{1}{3} \div 9 \quad \text{ب} / \frac{1}{2} \div 4 \quad \text{ج} / \frac{3}{6} \div 8$$

(٨) جد / جدي ناتج:

$$\text{أ} / \frac{1}{8} \div \frac{1}{6} \quad \text{ب} / \frac{7}{8} \div \frac{2}{4} \quad \text{ج} / \frac{25}{6} \div \frac{3}{5}$$

(٩) عند جزار $\frac{1}{6}$ ١٣ كيلو جرام من اللحمة ، أراد أن يعبئ كل $\frac{1}{4}$ كيلو جرام في كيس ، فكم كيساً يحتاج ؟

(١٠) لوح من الخشب طوله ٦ أمتار يراد عمل رفوف طول كل رف $\frac{3}{4}$ متر ، كم رفافاً يمكن عمله ؟

(١١) عداء يقطع $\frac{4}{15}$ كلم في الدقيقة ، فكم المسافة التي يقطعها في $\frac{1}{5}$ دقيقة ؟

(١٢) سرعة سيارة $\frac{3}{4}$ ٦٥ كيلو متر في الساعة ، فكم المسافة التي تقطعها السيارة في $\frac{1}{3}$ ساعة ؟

(١٣) اشترت سامية $\frac{1}{6}$ ١٣ متر من القماش لصنع فساتين ، فإذا احتاج الفستان إلى $\frac{1}{3}$ ٤ متر ، فكم من القماش تبقى لديها ؟

الوحدة الثالثة

الأسـور العـشـرية

و العمليات عليها

مفهوم الكسر العشري

تذكر أن

$$1 \text{ سم} = 10 \text{ ملم}$$

$$\therefore 1 \text{ ملم} = \frac{1}{10} \text{ سم}$$

$$5 \text{ ملم} = \frac{5}{10} \text{ سم}$$

$$17 \text{ ملم} = \frac{17}{10} \text{ سم}$$

وأن:

$$1 \text{ متر} = 100 \text{ سم}$$

$$1 \text{ سم} = \frac{1}{100} \text{ متر}$$

$$23 \text{ سم} = \frac{23}{100} \text{ متر}$$

$$943 \text{ سم} = \frac{943}{100} \text{ متر}$$

وأن:

$$1 \text{ كيلو جرام} = 1000 \text{ جرام}$$

$$1 \text{ جرام} = \frac{1}{1000} \text{ كجم}$$

$$374 \text{ جرام} = \frac{374}{1000} \text{ كجم}$$

$$412 \text{ جرام} = \frac{412}{1000} \text{ كجم}$$

$$5139 \text{ جرام} = \frac{5139}{1000} \text{ كجم}$$

وأن:

$$1 \text{ كيلو متر} = 1000 \text{ دسم}$$

$$1 \text{ دسم} = \frac{1}{1000} \text{ كلم}$$

$$2451 \text{ دسم} = \frac{2451}{1000} \text{ كلم}$$

$$71952 \text{ دسم} = \frac{71952}{1000} \text{ كلم}$$

لاحظ أن الكسور $\frac{1}{10}$ ، $\frac{5}{10}$ ، $\frac{1}{100}$ ، $\frac{23}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ ، $\frac{374}{1000}$ ، $\frac{1}{1000}$ ، $\frac{2451}{1000}$ مقاماتها هي 10، 100، 1000، 1000، 1000، 1000، 1000، 1000.

ولاحظ كذلك أن الكسور المركبة $\frac{17}{10}$ ، $\frac{943}{100}$ ، $\frac{5139}{1000}$ ، $\frac{71952}{1000}$ مقاماتها 10، 100، 1000، 1000.

مثل هذه الكسور يطلق عليها كسور عشرية.

الكسور العشرية هي الكسور التي مقاماتها: 10، 100، 1000، 1000، ...

مثال (١):

وضح/ وضحى الكسور العشرية فيما يلي:

$$١٩ \frac{٦٣١}{١٠٠٠} ، \frac{٧٧}{٢٣٠٠} ، \frac{٢٥٣}{٢٢٥٠٠} ، ١٣ \frac{٦٣١}{١١٠} ، ٣ \frac{٩٧,٩٤٥٦}{١٠٠} ، \frac{١٣}{١٠٥٠٠} ، \frac{٤٧}{١٠٠٠} ، \frac{٧٣١}{٩٠٠} ، \frac{١٣}{١٠}$$

الحل:

$$\frac{١٣}{١٠٠} \text{ كسر عشري لأن مقامه } ١٠٠ =$$

أما الكسر $\frac{٧٣١}{٩٠٠}$ فليس بكسر عشري . لماذا؟

بقية الكسور العشرية في هذا المثال هي: $\frac{٤٧}{١٠٠٠}$ ، $\frac{٩٤٥٦}{١٠٠}$ ، $\frac{٩٧}{١٠٠}$ ، $\frac{٦٣١}{١٠٠٠}$ ، $\frac{١٣}{١٠}$

وقد اتفق علي كتابة الكسور العشرية بصورة تسمى صورة الكسر العشري:

فالكسر العشري $\frac{١}{١٠}$ يكتب ٠,١ ويقرأ واحد من عشرة.

والكسر العشري $\frac{٤٧}{١٠٠}$ يكتب ٠,٤٧ ويقرأ ٤٧ من مئة.

والكسر العشري $\frac{١}{١٠٠٠}$ يكتب ٠,٠٠١ ويقرأ واحد من ألف.

والكسر العشري $\frac{٢٥٣}{١٠٠٠}$ يكتب ٠,٢٥٣ ويقرأ ٢٥٣ من ألف

والكسر العشري $\frac{٣٦}{١٠٠}$ يكتب ٧,٣٦ ويقرأ سبعة و ٣٦ من مئة.

والكسر العشري $\frac{٣٥٧}{١٠٠٠}$ يكتب ٤,٣٥٧ ويقرأ أربعة و ٣٥٧ من ألف

الرمز (,) يسمى الفاصلة العشرية ومهمتها فصل الجزء الصحيح من الجزء العشري.

نشاط: كيف تُكتب الكسور العشرية التالية وكيف تقرأ؟

$$\frac{١}{١٠٠٠٠} ، \frac{٢٥٧٤}{١٠٠٠٠٠} ، \frac{٢٠٥}{١٠٠٠٠٠٠٠} ، \frac{٩١٥٧}{١٠٠٠٠٠} ، \frac{٢١}{١٠٠٠٠٠} ، \frac{٦}{١٠٠٠} ، \frac{٧}{١٠٠٠٠}$$

هل تتبع قاعدة معينة في كتابة الكسور العشرية في الصورة العشرية ؟

مثال (٢):

اكتب / اكتب الكسور التالية في صورة الكسر العشري:

$$(أ) \frac{3}{10} \quad (ب) \frac{567}{1000} \quad (ج) \frac{7893}{1000} \quad (د) \frac{9}{1000000}$$

$$(هـ) 48 \frac{57}{1000}$$

$$(و) 157 \frac{13}{1000000}$$

الحل:

$$0,567 = \frac{567}{1000} \quad (ب)$$

$$0,3 = \frac{3}{10} \quad (أ)$$

$$0,000009 = \frac{9}{1000000} \quad (د)$$

$$7,893 = \frac{7893}{1000} \quad (ج)$$

$$157,00013 = 157 \frac{13}{1000000} \quad (و)$$

$$48,057 = 48 \frac{57}{1000} \quad (هـ)$$

مثال (٣):

اكتب / اكتب الكسور العشرية التالية في صورة كسور عادية أو مركبة :

$$158,734 \quad (ج)$$

$$8,6 \quad (ب)$$

$$0,321 \quad (أ)$$

$$925,00037 \quad (و)$$

$$12,0063 \quad (هـ)$$

$$19,75271 \quad (د)$$

الحل:

$$8 \frac{6}{10} = 8,6 \quad (ب)$$

$$\frac{321}{1000} = 0,321 \quad (أ)$$

$$19 \frac{75271}{1000000} = 19,75271 \quad (د)$$

$$158 \frac{734}{1000} = 158,734 \quad (ج)$$

$$12 \frac{63}{1000000} = 12,0063 \quad (هـ)$$

$$925 \frac{37}{1000000} = 925,00037 \quad (و)$$

تمرين (١)

(١) اكتب/ اكتب الكسور التالية في صورة الكسر العشري :

$$\frac{37}{10000} , \quad \frac{56794}{1000} , \quad \frac{306}{100} , \quad \frac{3}{1000} , \quad \frac{19}{100} , \quad \frac{7}{10}$$

$$97 \frac{3007}{100000} , \quad 3 \frac{7}{10} , \quad \frac{11}{100000} , \quad 97 \frac{3453}{100000}$$

(٢) اكتب/ اكتب الكسور العشرية التالية في صورة كسور عادية أو مركبة :

$$0,7001 , \quad 8,0043 , \quad 0,02007 , \quad 367,429 , \quad 2,07 , \quad 7,1 , \\ 7,100200 , \quad 1004,100 , \quad 0,0000013 , \quad 976,20003 ,$$

ال منازل العشرية والقيمة المنزلية للأرقام

تعلم/ تعلمي أن العدد ٦٢٥٨

آحاد	عشرات	مئات	آلاف
٨	٥	٢	٦

مكون من ٤ أرقام كل رقم يقع في موقع معين من العدد . هذا الموقع يطلق عليه **منزلة الرقم** .

فالرقم ٦ يقع في منزلة الآلاف .

والرقم ٢ يقع في منزلة المئات .

والرقم ٥ يقع في منزلة العشرات .

والرقم ٨ يقع في منزلة الآحاد .

أما القيمة المنزلية للرقم فهي تساوي حاصل ضرب الرقم في المنزلة التي يقع فيها .

وعليه :

فإن القيمة المنزلة للرقم ٦ هي $٦٠٠٠ (٦ \times ١٠٠٠)$

والقيمة المنزلية للرقم ٢ هي $٢٠٠ (٢ \times ١٠٠)$

والقيمة المنزلة للرقم ٥ هي $٥٠ (٥ \times ١٠)$

والقيمة المنزلية للرقم ٨ هي $٨ (٨ \times ١)$

$\therefore ٦٢٥٨ = ٦٠٠٠ + ٢٠٠ + ٥٠ + ٨$

أما الكسر العشري ٦٣٤٥, ٧٢ فنجد فيه أن الرقم ٢ يقع في منزلة الآحاد والرقم ٧ في منزلة العشرات . فما منازل الأرقام الأخرى ؟

لاحظ/ لاحظي الرقم ٦ يقع على يمين منزلة الآحاد وتفصلها عنه الفاصلة العشرية وهذه تسمى **منزلة الأجزاء من عشرة** .

أما الرقم ٣ فيقع على يمين منزلة الأجزاء من عشرة وتسمى هذه المنزلة

منزلة الأجزاء من مئة وهكذا نجد أن الرقم ٤ يقع في منزلة الأجزاء من ألف والرقم ٥

يقع في منزلة الأجزاء من عشرة ألف .

ويمكن تمثيل الكسر العشري ٦٣٤٥, ٧٢ على جدول المنازل العشرية كما يلي :

الأجزاء من مليون	الأجزاء من مئة ألف	الأجزاء من عشرة ألف	الأجزاء من ألف	الأجزاء من مئة	الأجزاء من عشرة	الآحاد	العشرات	المئات	الآلاف
→		٥	٤	٣	٦	٢	٧	←	←

لاحظ :

الرقم ٧ يقع في منزلة العشرات .

والرقم ٢ يقع في منزلة الآحاد .

والرقم ٦ يقع في منزلة الأجزاء من عشرة .

والرقم ٣ يقع في منزلة الأجزاء من مئة .

والرقم ٤ يقع في منزلة الأجزاء من ألف .

والرقم ٥ يقع في منزلة الأجزاء من عشرة ألف .

وعليه فإن:

القيمة المنزلية للرقم ٧ هي ٧٠ أي ٧٠×١٠

والقيمة المنزلية للرقم ٢ هي ٢ أي ٢×١ .

والقيمة المنزلية للرقم ٦ هي $\frac{٦}{١٠}$ أي $\frac{٦}{١٠} \times ١٠$

والقيمة المنزلية للرقم ٣ هي $\frac{٣}{١٠٠}$ أي $\frac{٣}{١٠٠} \times ١٠٠$

والقيمة المنزلية للرقم ٤ هي $\frac{٤}{١٠٠٠}$ أي $\frac{٤}{١٠٠٠} \times ١٠٠٠$

والقيمة المنزلية للرقم ٥ هي $\frac{٥}{١٠٠٠٠}$ أي $\frac{٥}{١٠٠٠٠} \times ١٠٠٠٠$

$$\frac{5}{10000} + \frac{4}{1000} + \frac{3}{100} + \frac{7}{10} + 6 + 70 = 72,6345 \therefore$$

$$0,0005 + 0,004 + 0,03 + 0,7 + 6 + 70 =$$

$$\frac{1}{10} + \frac{5}{100} + 9 + 60 + 700 = 769,51 \text{ وبالمثل فإن}$$

$$0,01 + 0,5 + 9 + 60 + 700 =$$

$$\frac{3}{10000} + \frac{2}{1000} + 0 + 0 + 4 + 0 + 800 = 804,0023 \text{ وأن}$$

$$0,0003 + 0,002 + 0 + 0 + 4 + 0 + 800 =$$

مثال :

اكتب القيمة المنزلية للرقم الذي تحته خط في الكسور العشرية التالية :

$$\underline{312},74 \text{ (ج)}$$

$$7,0\underline{3}5 \text{ (ب)}$$

$$18,\underline{4}56 \text{ (أ)}$$

$$62,\underline{4}21 \text{ (هـ)}$$

$$20,054\underline{0}6 \text{ (د)}$$

الحل :

$$(أ) \text{ القيمة المنزلية للرقم } 4 \text{ هي } \frac{4}{10} = 0,4$$

$$(ب) \text{ القيمة المنزلية للرقم } 3 \text{ هي } \frac{3}{100} = 0,03$$

$$(ج) \text{ القيمة المنزلية للرقم } 3 \text{ هي } 3 \times 100 = 300$$

$$(د) \text{ القيمة المنزلية للرقم } 6 \text{ هي } \frac{6}{100000} = 0,00006$$

$$(هـ) \text{ القيمة المنزلية للرقم } 1 \text{ هي } \frac{1}{10000} = 0,0001$$

تمرين (٢)

(١) انقل / انقلي الجدول التالي في كراستك وأكمل :

جدول المنازل العشرية							
الكسر العشري	جزء من ١٠ ألف	جزء من ألف	جزء من مئة	جزء من عشرة	آحاد	عشرات	مئات
٢٣,٥٦٠٣							
		٣	٠	٢	٤	٥	
٣,٠٧٢							
	٣	٦	٥	٢	٠	٠	٤
٣٧٤,٨٠٥٢							
	٤	٥	٠	٢	٤	٣	١

(٢) اكتب / اکتبي القيمة المنزلية للرقم الذي تحته خط في الكسور العشرية التالية :

(أ) ٥٦,٢٠٥ (ب) ٣١,٠٧ (ج) ٢٦,٤٣٢

(د) ١,٠٩٦ (هـ) ١٢,٠٢ (و) ٢١٧,٢١

(ز) ٧,٠٠٠٥ (ح) ٣٠١,٢٦ (ط) ٧,٤٠٠٢٥

(٣) ما القيم المنزلية للرقم ٣ في الكسر العشري التالي :

٣٠٥,٣٤٦٢٣

(٤) (أ) هل هناك فرق في القيمة المنزلية للرقم ٧ في الكسرين العشريين التاليين ولماذا ؟

٣٤٥,٠٧٠٠ ، ٢٠٣,٠٧

(ب) هل هناك فرق في قيمة الكسور العشرية التالية ولماذا ؟ :

٧٨,٥٦ ، ٧٨,٥٦٠٠ ، ٠٠٧٨,٥٦٠٠٠ ، ٠٧٨,٥٦

مقارنة الكسور العشرية

في المسألة رقم (٤) في تمرين (٢) نرجو أن تكون قد استنتجت أن إضافة صفر أو أكثر على يمين الكسر العشري لا يغير من قيمة الكسر العشري .
وعندما نريد أن نقارن بين كسرين عشرين فيهما عدد المنازل غير متساو فإننا نضيف أصفاراً على يمين الكسر العشري بحيث تتساوى عدد المنازل العشرية ثم نقارن كما في الأعداد الصحيحة ، حيث نبدأ بالمقارنة من اليسار فالكسر الأكبر هو الذي رقم أعشاره أكبر.

$$\text{مثلاً : } ٠,٥٢٨ < ٠,٤٩٩$$

وإذا تساوت أعشار الكسر فالأكبر هو الذي رقم أجزاء المئة فيه أكبر .

$$\text{مثلاً } ٠,٦٩٣ < ٠,٦٢٨$$

وإذا تساوت الأعشار وأجزاء المئة في الكسرين فالأكبر هو الذي رقم أجزاء الألف فيه أكبر .

$$\text{مثلاً : } ٠,٨٦٥ < ٠,٨٦١$$

وهكذا ...

مثال (١) :

قارن بين الكسرين العشريين ١٥,١٣٧ ، ١٥,١٣٥٣

وللإجابة عن هذا السؤال نقوم بالخطوات التالية :

الحل :

(١) اكتب العددين تحت بعضهما بحيث تكون الفاصلتان العشريتان فوق بعضهما كما يلي :

$$١٥,١٣٧$$

$$١٥,١٣٥٣$$

(٢) إذا كان عدد المنازل مختلفاً فاجعلها متساوية بوضع أصفار إلى يمين العدد كما يلي :

$$١٥, ١٣٧٠$$

$$١٥, ١٣٥٣$$

(٣) ابدأ بمقارنة كل عدد بالذي تحته من اليسار إلى اليمين إلى أن تجد أول رقمين مختلفين

لنحصل على الرقمين ٥، ٧ وبما أن ٧ أكبر من ٥ فإن $١٥, ١٣٧ > ١٥, ١٣٥٣$

مثال (٢) :

قارن/ قارني بين الكسرين : $٨, ٦٩٢١$ ، $٨, ٦٩٢٨$

الحل :

اكتبهما بحيث تكون الفاصلتان فوق بعضهما :

$$٨, ٦٩٢١$$

$$٨, ٦٩٢٨$$

بما أن $٨ < ١$ إذن $٨, ٦٩٢٨ < ٨, ٦٩٢١$

تمرين (٣)

قارن بين كل زوج من الكسور العشرية التالية :

$$(٢) \quad ١٣, ٦٠٨١ \quad , \quad ١٣, ٦٠٨٥$$

$$(١) \quad ٢, ٩١٢ \quad , \quad ٢, ٩٠٩$$

$$(٤) \quad ٢٧, ٠١٤ \quad , \quad ٢٧, ٠٠٩$$

$$(٣) \quad ٧, ٠٢٢ \quad , \quad ٧, ٠٢١٤$$

جمع الكسور العشرية

ادرس/ ادرسي الأمثلة التالية :

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ 1,7 \\ \hline 4,9 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (1) \quad 4 \frac{9}{10} = 1 \frac{7}{10} + 3 \frac{2}{10} \\ 4,9 = 1,7 + 3,2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 0,49 \\ 0,23 \\ \hline 0,72 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (2) \quad \frac{72}{100} = \frac{23}{100} + \frac{49}{100} \\ 0,72 = 0,23 + 0,49 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 24,25 \\ 2,70 \\ \hline 26,95 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (3) \quad 26 \frac{95}{100} = 2 \frac{7}{10} + 24 \frac{25}{100} \\ 26,95 = 2,7 + 24,25 \end{array} \right.$$

نلاحظ من الأمثلة السابقة :

عند جمع الأعداد التي تحتوي كسوراً عشرية ، نجري العملية تماماً كما في حالة جمع الأعداد الصحيحة ، نرتب الأعداد رأسياً حيث تقع الفاصلة تحت الفاصلة والأعداد الصحيحة تحت الأعداد الصحيحة بحسب خاناتها والكسور العشرية تحت الكسور العشرية بحسب منازلها .

فلإيجاد ناتج الجمع $5,213 + 3,716$

نرتب العددين رأسياً كما هو مبين ثم نجري عملية الجمع :

الأجزاء من ألف	الأجزاء من مائة	الأجزاء من عشرة	الآحاد
6	1	7	3
3	1	2	5
9	2	9	8

وتكتب عملية الجمع هذه بالصورة التالية :

3,716

5,213+

8,929

مثال (١)

اجمع $٧,٩ + ٣٦,٤٦ + ١٥,٣٦٨$

الحل :

- (أ) نرتب الأعداد بحيث تكون الفواصل تحت بعضها .
(ب) نضيف أصفاراً في المنازل العشرية عند الحاجة .
(ج) نجمع كما في الأعداد الصحيحة ثم نضع الفاصلة في مكانها .

$$\begin{array}{r} ١٥,٣٦٨ \\ ٣٦,٤٦٠ \\ ٠٧,٩٠٠ \\ \hline ٥٩,٧٢٨ \end{array}$$

مثال (٢) :

اجمع : (أ) $٢٤,٢٦١ + ٢٠,١٣٥$

(ب) $٦٨,٩٦٥ + ٤٧٢,٣٥٧$

الحل :

(أ) $٢٠,١٣٥$	(ب) $٤٧٢,٣٥٧$
$+ ٢٤,٢٦١$	$+ ٠٦٨,٩٦٥$
<u><u>٤٤,٣٩٦</u></u>	<u><u>٥٤١,٣٢٢</u></u>

تمرين (٤)

(أ) جد/ جدي قيمة كل مما يأتي :

$$(١) ٣,٠١٦ + ٠,١٢٣$$

$$(٢) ١٢,٦٨٤ + ٢٧,٨٥١$$

$$(٣) ١,٣٧٨ + ٤,٠٠٧$$

$$(٤) ٣,٧١ + ٠,٨٦٥٤ + ٣,٤٧٩$$

$$(٥) ١,٢٦١ + ٠,٠٢٥ + ٣,٦٨٤$$

$$(٦) ٠,٧٣ + ١,٤٣٢ + ١٤$$

(ب) باع تاجر أقمشة ٧٥, ١٣٠ متراً من القماش يوم السبت وفي يوم الأحد زادت مبيعاته عن يوم السبت بمقدار ٣٦, ٤٥ متراً .

(١) كم متراً من القماش باع يوم الأحد ؟

(٢) ما مجموع الأمتار التي باعها يومي السبت والأحد ؟

(ج) مثلث أطوال أضلاعه : ٥٢, ٩ سم، ٤, ٧ سم، ٥ سم جد مجموع أطواله الثلاثة .

طرح الكسور العشرية

عند طرح كسرين عشريين نضع الكسرين بالطريقة الرأسية بحيث تكون الفاصلة تحت الفاصلة ثم نطرح . فإذا أردنا إجراء العملية الآتية :

٢٤٨, ٥٣ - ١٣٦, ٢١ . فإننا نتبع الخطوات التالية:

الأجزاء من ألف	الأجزاء من مئة	الأجزاء من عشرة	الجزء الصحيح
٨	٤	٢	٥٣
٦	٣	١	٢١
٢	١	١	٣٢

أي أن : ٢٤٨, ٥٣ - ١٣٦, ٢١ = ٣٢, ١١٢

إذن : لطرح كسر عشري من كسر عشري نضع المطروح تحت المطروح منه بحيث تكون الفاصلة العشرية تحت الفاصلة العشرية ونضع أصفاراً إلى اليمين بحيث يصبح العددين متساويين في عدد المنازل العشرية ثم نطرح كما نطرح الأعداد الصحيحة ونضع الفاصلة في الموقع نفسه .

مثال (١) :

جد/ جدي ٢٣٥٦, ٤٩ - ١٠٤٣, ٢٧

الحل :

نكتب العددين بالطريقة الرأسية بحيث تكون الفاصلة تحت الفاصلة ثم نطرح :

$$\begin{array}{r}
 ٢٣٥٦, ٤٩ \\
 - ١٠٤٣, ٢٧ \\
 \hline
 ١٣١٣, ٢٢
 \end{array}$$

مثال (٢) :

جد / جدي $7,464 - 1,2093$

الحل :

$$\begin{array}{r} 7,4640 \\ - 1,2093 \\ \hline 6,2547 \end{array}$$

التحقق من الحل : $7,4640 = 1,2093 + 6,2547$

تمرين (٥)

جد / جدي ناتج طرح كل من العمليات التالية :

$$(1) \quad 7,22 - 13,52 \quad (2) \quad 5,19 - 27,34$$

$$(3) \quad 12,23 - 56,4 \quad (4) \quad 22,14 - 37,09$$

$$(5) \quad 22,95 - 112,9 \quad (6) \quad 17,29 - 57,231$$

$$(7) \quad 13,729 - 82,8$$

التقريب

هنالك بعض الكسور العشرية التي تحتوي على منازل عشرية كثيرة مثل :
 $٣, ٣٥٤٨٩٢١٤$ ، $١٥٥, ١٢٠٠١٥٥٤٠٢٨$. وقد يصعب التعامل مع مثل هذه الكسور في
 العمليات الرياضية ، لذلك تقرّب مثل هذه الكسور إلى منزلة أو منزلتين أو ثلاثة منازل
 عشرية ليسهل التعامل معها . **وعند تقريب الكسر إلى أي منزلة :**

(أ) نعيّن المنزلة المراد التقريب إليها .

(ب) ننظر إلى الرقم الذي يقع يمين المنزلة المراد التقريب إليها ، فإذا كان ٥ أو أكثر نضيف
 واحداً إلى الرقم الموجود في المنزلة المراد التقريب إليها ثم نحذف ما بعده من اليمين
 . أما إذا كان الرقم أصغر من ٥ فيحذف مع بقية الأرقام التي تقع يمينه .

مثلاً لتقريب الكسر العشري $٧, ٤٦$ لأقرب منزلة عشرية (لأقرب جزء من عشرة) فنحن
 نريد التقريب لمنزلة عشرية واحدة لذلك ننظر إلى الرقم في المنزلة العشرية الثانية أي الرقم
 الواقع يمين الـ ٤ فنجد ٦ وهو أكبر من ٥ لذلك نضيف جزءاً عشرياً إلى الرقم ٤ لنحصل
 على ٥. أي أننا قربنا العدد $٧, ٤٦$ بالعدد $٧, ٥$ لأقرب منزلة عشرية .

وإذا أردنا تقريب العدد $١٢, ٣٤$ لأقرب منزلة عشرية لاحظ أن الرقم على يمين
 الرقم ٣ هو ٤ ، أقل من ٥ .

إذن يحذف لنحصل على التقريب $١٢, ٣$

مثال (١) :

باستخدام الأسلوب السابق قرّب $٧, ٤٢٠٩$ إلى أقرب منزلتين عشريتين (أقرب
 واحد بالمئة) ولأقرب ثلاث منازل عشرية (لأقرب واحد في الألف) .

الحل :

$$٧, ٤٢٠٩ = ٧, ٤٢ \text{ لأقرب منزلتين عشريتين لأن } ٠ \text{ أقل من } ٥ .$$

$$٧, ٤٢٠٩ = ٧, ٤٢١ \text{ لأقرب ثلاث منازل عشرية لأن } ٩ \text{ أكبر من } ٥ .$$

مثال (٢) :

قرب / قربي: ٢٥, ٤ لمنزلة عشرية واحدة .

الحل :

٢٥, ٣ = ٤, ٤ لأقرب منزلة عشرية لأن الرقم في منزلة الأجزاء من مئة يساوي ٥

مثال (٣) :

قرب / قربي: ٦٧, ١٣ لأقرب عدد صحيح .

الحل :

٦٧, ١٣ = ١٤ لأقرب عدد صحيح لأن الرقم في منزلة الأجزاء من عشرة أكبر من ٥

تمرين (٦)

(١) قرب / قربي كلاً من الكسور الآتية :

٣, ٤٢٥٧ ، ١٨, ٠٦٤١ ، ٠, ٢٤١٨ ، ٠, ٢٨٩١

(أ) لأقرب جزء من عشرة (لمنزلة عشرية واحدة)

(ب) لأقرب جزء من ١٠٠ (لمنزلتين عشريتين)

(ج) لأقرب جزء من ١٠٠٠ (لثلاث منازل عشرية)

(٢) قرب / قربي كلاً من الكسور العشرية التالية :

٠, ٧٦٥٤ ، ٠, ٨٨٨٨ ، ٠, ٥٧٥٦ ، ٠, ٨٠٩٠

٤٣, ٦٠٨ ، ٠, ٩٦٤ ، ٨٧, ٠٢٩

(أ) لأقرب عدد صحيح . (ب) لمنزلة عشرية واحدة .

(ج) لمنزلتين عشريتين . (د) لثلاث منازل عشرية .

(٣) قرب / قربي الأعداد التالية إلى المنزلة التي يوجد تحتها خط :

(أ) ٣٨, ٧٤ (ب) ٥٠, ٥٢١

(ج) ٩٣, ٨٩٨ (د) ٠, ٠٠٩٨

(هـ) ١٦, ٣٥٠٤٦ (و) ٧٨, ٦٥٤

(ز) ١٤, ٩٥

تحويل الكسر العادي إلى كسر عشري

لوضع الكسر في الصورة العشرية يلزم أن نجعل مقامه ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ ،
دون أن نغير قيمته .

$$\text{مثلاً: } ٠,٤ = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢ \times ٢}{٢ \times ٥} = \frac{٢}{٥}$$

$$٠,٧٥ = \frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٢٥ \times ٣}{٢٥ \times ٤} = \frac{٣}{٤}$$

مثال (١) :

حوّل / حوّل إلى الصورة العشرية :

$$(أ) \frac{٧}{٢٠} \quad (ب) \frac{٢}{٢٥}$$

الحل :

$$(أ) ٠,٣٥ = \frac{٣٥}{١٠٠} = \frac{٥ \times ٧}{٥ \times ٢٠} = \frac{٧}{٢٠}$$

$$(ب) ٠,٠٨ = \frac{٨}{١٠٠} = \frac{٤ \times ٢}{٤ \times ٢٥} = \frac{٢}{٢٥}$$

ويمكن تحويل الكسر من الصورة المعتادة إلى الصورة العشرية من خلال قسمة
البسط على المقام كما يتضح من الأمثلة التالية :

مثال (٢) :

ضع / ضعي $\frac{٣}{٥}$ في الصورة العشرية :

الحل :

$$٥ \div ٣ = \frac{٣}{٥}$$

لإجراء عملية القسمة لا نستطيع
تقسيم ٣ على ٥ لذلك حولنا ٣ إلى
٣٠ جزءاً من عشرة $5 \div 6 = ٦$ أجزاء

من عشرة .

$$\therefore ٠,٦ = \frac{٣}{٥}$$

مثال (٣) :

ضع / ضعي $\frac{٥}{٨}$ في الصورة العشرية :

الحل :

$$٨ \div ٥ = \frac{٥}{٨}$$

استبدلنا ٥ بخمسين جزءاً من عشرة

وقسمنا على ٨ وما تبقى من أجزاء

وهو ٢ وهو يمثل ٢٠ جزءاً من مئة

وقسمناه على ٨ وما تبقى من أجزاء من

مئة وهي ٤ وهي تمثل ٤٠ جزءاً من

ألف وقسمناه على ٨ إلى أن انتهت عملية القسمة .

$$\therefore \underline{٠,٦٢٥} = \frac{٥}{٨}$$

$$\begin{array}{r} ٠,٦ \\ ٥ \overline{) ٣,٠} \\ \underline{٣٠} \\ ٠٠ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٠,٦٢٥ \\ ٨ \overline{) ٥,٠٠٠} \\ \underline{٤٨} \\ ٢٠ \\ \underline{١٦} \\ ٤٠ \\ \underline{٤٠} \\ ٠٠ \end{array}$$

مثال (٤) :

حوّل / حوّل $\frac{7}{4}$ إلى الصورة العشرية :

الحل :

$$40 \div 7 = \frac{7}{40}$$

$$\begin{array}{r} 0,175 \\ 40 \overline{) 7,000} \\ \underline{40} \\ 300 \\ \underline{280} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 000 \end{array}$$

$$0,175 = \frac{7}{40} \therefore$$

تمرين (٧)

(١) حوّل / حوّل الكسور العادية التالية إلى كسور عشرية :

$$\frac{76}{125}, \quad \frac{2}{4}, \quad \frac{18}{250}, \quad \frac{13}{50}, \quad \frac{16}{25}, \quad \frac{3}{5}$$

(٢) حوّل / حوّل إلى كسور في الصورة العشرية :

$$4 \frac{9}{16}, \quad \frac{38}{16}, \quad 9 \frac{3}{8}, \quad 1 \frac{14}{25}, \quad \frac{1}{250}, \quad \frac{18}{90}, \quad \frac{17}{500}, \quad \frac{7}{25}, \quad \frac{11}{5}, \quad \frac{7}{8}$$

تحويل الكسر العشري إلى كسر عادي

لتحويل الكسر العشري ٠,٣٦٥ إلى كسر عادي فنحن نعلم أن:

$$\frac{5}{1000} + \frac{6}{100} + \frac{3}{10} = 0,365$$

$$\frac{365}{1000} = \frac{5}{1000} + \frac{60}{1000} + \frac{300}{1000} =$$

$$\frac{365}{1000} = 0,365 \therefore$$

$$\frac{7024}{10000} = 0,7024 \text{ وبالمثل}$$

$$\frac{3}{1000} = 0,003$$

$$36 \frac{54}{100} = 36,54 \text{ و}$$

مثال (١) :

حوّل / حوّل ٣,٠٤٧ إلى كسر مركب :

الحل :

$$3 \frac{47}{100} = 3,047$$

مثال (٢) :

حوّل / حوّل إلى كسور عادية أو مركبة :

$$3,004 \text{ (ج)}$$

$$0,2063 \text{ (ب)}$$

$$0,755 \text{ (أ)}$$

الحل :

$$\frac{151}{200} = \frac{151}{200} = 0,755 \text{ (أ)}$$

$$\frac{٢٠٦٣}{١٠٠٠٠} = ٠,٢٠٦٣ \text{ (ب)}$$

$$٣ \frac{١}{٢٥٠} = ٣ \frac{٤}{١٠٠٠} = ٣,٠٠٤ \text{ (ج)}$$

تمرين (٨)

(١) حوّل/ حوّل الكسور العشرية التالية إلى كسور عادية أو مركبة :

$$٥,٠٠٦ \text{ (أ)} \quad ٥٠,٠٣ \text{ (ب)} \quad ٧,١٤٠٢ \text{ (ج)}$$

$$٩,٢٧٠ \text{ (د)} \quad ١٣,٠١ \text{ (هـ)} \quad ٢٧,٩٢١٢ \text{ (و)}$$

(٢) فيما يلي مجموعتان من الأعداد يحتوي كل منهما على عددين متساويين ، ما هما العددان المتساويان ؟

$$٧,٨٤٠ \text{ (أ)} \quad ٧,٨٠٤ \quad ٧,٨٤$$

$$٤,٠٢١ \text{ (ب)} \quad ٤,٢٠١ \quad ٤,٠٢١٠$$

ضرب الكسر العشري في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ...

(أ) إن أصغر عظمة في جسم الإنسان هي عظمة الأذن وطولها ٢٤٥ سم. هل تتصور مدى صغر هذه العظمة؟

لاحظ/ لاحظي أن:

طول ١٠ عظمت أذن هو:

$$٢٤٥,٤٤ \text{ سم} = \frac{٢٤٥}{١٠٠} = \frac{١٠}{١} \times \frac{٢٤٥}{١٠٠٠} = ١٠ \times ٠,٢٤٥$$

طول ١٠٠ عظمة هو:

$$٢٤,٥٤ \text{ سم} = \frac{٢٤٥}{١٠} = \frac{١٠٠}{١} \times \frac{٢٤٥}{١٠٠٠} = ١٠٠ \times ٠,٢٤٥$$

طول ١٠٠٠ عظمة هو:

$$٢,٤٥٤ \text{ سم} = \frac{٢٤٥}{١} = \frac{١٠٠٠}{١} \times \frac{٢٤٥}{١٠٠٠} = ١٠٠٠ \times ٠,٢٤٥$$

(ب) طول قطعة قماش ٣,٤٥٦ سم فكم طول ١٠ قطع، ١٠٠ قطعة، ١٠٠٠ قطعة بالسـم؟

$$\text{طول ١٠ قطع} = \frac{٣,٤٥٦}{١٠٠} = ١٠ \times \frac{٣,٤٥٦}{١٠٠٠} = ١٠ \times ٣ \frac{٤٥٦}{١٠٠٠}$$

$$\text{طول ١٠٠ قطعة} = ١٠٠ \times ٣ \frac{٤٥٦}{١٠٠٠}$$

$$٣٤٥,٦ \text{ سم} = \frac{٣,٤٥٦}{١٠} = ١٠٠ \times \frac{٣,٤٥٦}{١٠٠٠} =$$

$$\text{طول ١٠٠٠ قطع} = ١٠٠٠ \times ٣,٤٥٦ =$$

$$= ٣٤٥٦ \text{ سم} = ١٠٠٠ \times \frac{٣,٤٥٦}{١٠٠٠} = ١٠٠٠ \times ٣ \frac{٤٥٦}{١٠٠٠}$$

(ج) قطعة حديد وزنها ٦,٠٥٢ كيلوجرام. كم وزن ١٠ قطع، ١٠٠ قطعة، ١٠٠٠ قطعة

بالكيلوجرامات؟

$$\text{وزن ١٠ قطع} = ١٠ \times ٦,٠٥٢ =$$

$$= ٦٠,٥٢ \text{ كيلوجرام} = \frac{٦,٠٥٢}{١٠٠} = ١٠ \times \frac{٦,٠٥٢}{١٠٠٠} = ١٠ \times ٦ \frac{٥٢}{١٠٠٠}$$

$$\text{وزن ١٠٠ قطعة} = ١٠٠ \times ٦,٠٥٢ =$$

$$= ٦٠٥,٢ \text{ كيلوجرام} = \frac{٦,٠٥٢}{١٠} = ١٠٠ \times \frac{٦,٠٥٢}{١٠٠٠} = ١٠٠ \times ٦ \frac{٥٢}{١٠٠٠}$$

وزن ١٠٠٠ قطعة = $١٠٠٠ \times ٦,٠٥٢$

$$٦٠٥٢ \text{ كيلوجرام} = \frac{٦٠٥٢}{١} = ١٠٠٠ \times \frac{٦٠٥٢}{١٠٠٠} = ١٠٠٠ \times ٦ \frac{٥٢}{١٠٠٠} =$$

نلاحظ من الأمثلة السابقة أن:

عند ضرب كسر عشري في ١٠ تتحرك الفاصلة العشرية منزلة واحدة إلى اليمين.

وعند ضرب كسر عشري في ١٠٠ تتحرك الفاصلة العشرية منزلتين إلى اليمين.

وبصورة عامة عند ضرب كسر عشري في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... وهكذا فإن:
الفاصلة العشرية تتحرك إلى اليمين بقدر عدد الأصفار في المضروب فيه.

مثال:

جد/ جدي ما يلي:

(ب) $١٠٠٠ \times ٠,٠٥٠١$

(أ) $١٠ \times ٧,٣٦$

(د) $١٠٠٠٠ \times ٨,٠٠٢٥$

(ج) $١٠٠ \times ٣٧,٤٥$

الحل:

(أ) $١٠ \times ٧,٣٦ = ٧٣,٦$

(ب) $١٠٠٠ \times ٠,٠٥٠١ = ٥٠,١$

(ج) $١٠٠ \times ٣٧,٤٥ = ٣٧٤٥$

(د) $١٠٠٠٠ \times ٨,٠٠٢٥ = ٨٠٠٢٥$

تمرين (٩)

(١) انقل / انقلي الجدول التالي في كسراتك واكمل / اكمل:

العدد العشري	الضرب في ١٠	الضرب في ١٠٠	الضرب في ١٠٠٠
٢,٥١٧			
٧,٠٣٩			

(٢) جد / جدي ما يأتي:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| (أ) $١٠٠ \times ٣,٠٢٦$ | (هـ) $١٠ \times ٠٠,٠٠٩$ |
| (ب) $١٠٠٠ \times ١,١٧$ | (و) $١٠٠٠ \times ٠,٢٧٥$ |
| (ج) $١٠٠ \times ٥٢,١٦$ | (ز) $١٠٠٠٠ \times ٨,٤٢٦٣٥$ |
| (د) $١٠٠٠ \times ٦٧,٠٠٧$ | (ح) $١٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٦٢١٧$ |

ضرب الكسر العشري في عدد صحيح

تأمل / تأملي الأمثلة الآتية:

$$٢,٤ = \frac{٢٤}{١٠} = \frac{٤}{١} \times \frac{٦}{١٠} = ٤ \times ٠,٦ \text{ (أ)}$$

$$٢,٨٠ = \frac{٢٨٠}{١٠٠} = \frac{٨}{١} \times \frac{٣٥}{١٠٠} = ٨ \times ٠,٣٥ \text{ (ب)}$$

$$١٥,٧٥ = \frac{١٥٧٥}{١٠٠} = \frac{٩}{١} \times \frac{١٧٥}{١٠٠} = ٩ \times ١,٧٥ \text{ (ج)}$$

$$٠,٥٤٠ = \frac{٥٤٠}{١٠٠٠} = \frac{١٢}{١} \times \frac{٤٥}{١٠٠٠} = ١٢ \times ٠,٠٤٥ \text{ (د)}$$

في المثال (أ) لاحظ / لاحظي أن $٢٤ = ٤ \times ٦$ وأن $٢,٤ = ٤ \times ٠,٦$

في المثال (ب) لاحظ / لاحظي أن $٢٨٠ = ٨ \times ٣٥$ وأن $٢,٨٠ = ٨ \times ٠,٣٥$

في المثال (ج) لاحظ / لاحظي أن $١٥٧٥ = ٩ \times ١٧٥$ وأن $١٥,٧٥ = ٩ \times ١,٧٥$

في المثال (د) لاحظ / لاحظي أن $٥٤٠ = ١٢ \times ٤٥$ وأن $٠,٥٤٠ = ١٢ \times ٠,٠٤٥$

لضرب كسر عشري في عدد صحيح تجري عملية الضرب بغض النظر عن الفاصلة العشرية وتضع الفاصلة العشرية في الناتج بحيث يكون عدد المنازل العشرية مساوياً لعدد المنازل العشرية في الكسر العشري (مع اعتبار أن الصفر، إن كان على يمين الناتج يحتل خانه).

مثال :

جد / جدي ناتج ضرب الآتي:

$$١٥ \times ٠,٧٥ (٣)$$

$$٧ \times ٣,٧٥ (٢)$$

$$١٢ \times ٠,٩ (١)$$

الحل:

$$١٠,٨ = ١٢ \times ٠,٩ (١)$$

$$٢٦,٢٥ = ٧ \times ٣,٧٥ (٢)$$

$$١١,٢٥ = ١٥ \times ٠,٧٥ (٣)$$

تمرين (١٠)

(أ) جد / جدي نواتج الضرب للعمليات التالية:

$$٣٢ \times ٠,١٢٥ (٣)$$

$$١٥ \times ٠,٤٩٥ (٢)$$

$$١٢ \times ٠,٢٥٦ (١)$$

$$٠,٠٠٣٥ \times ٢١ (٦)$$

$$٠,٠٣ \times ١٩ (٥)$$

$$٠,٠٥ \times ١٢ (٤)$$

(ب) ضع / ضعي الفاصلة العشرية في الأعداد التي تحتها خط كما مبين في كل مسألة:

$$١٨٠,٠ = \underline{١٥} \times ١٢٠ (٢)$$

$$٩٠ = ١٢ \times \underline{٧٥} (١)$$

$$١١,١٠ = \underline{٦} \times ١٨٥ (٤)$$

$$٤٥ = \underline{١٨} \times ٢٥ (٣)$$

(ج) اشترى تاجر ٩ قمصان ثمن كل قميص ٧٥, ٩٨٥ جنيهاً. فما ثمن هذه القمصان؟

ضرب كسر عشري في كسر عشري

مثال (١):

ما ناتج ضرب $٠,٨ \times ٥,٣$

نحول الكسرين العشريين إلى كسرين عاديين هكذا:

$$٤,٢٤ = \frac{٤٢٤}{١٠٠} = \frac{٨}{١٠} \times \frac{٥٣}{١٠} = ٠,٨ \times ٥,٣$$

لاحظ / لاحظي أن: $٤٢٤ = ٨ \times ٥٣$

وأن هناك منزلتين عشريتين في $٠,٨ \times ٥,٣$

وأن ناتج الضرب $= ٤,٢٤$

مثال (٢):

$$٧,٢٥٠ = \frac{٧٢٥٠}{١٠٠٠} = \frac{٥٨}{١٠} \times \frac{١٢٥}{١٠٠} = ٥,٨ \times ١,٢٥$$

لاحظ / لاحظي أن:

$$٧٢٥٠ = ٥٨ \times ١٢٥$$

وأن هناك ٣ منازل عشرية في $٥,٨ \times ١,٢٥$

$$٧,٢٥٠ = ٥,٨ \times ١,٢٥$$

كما سبق نستنتج:

لضرب كسرين عشريين في بعضهما نجري عملية الضرب بغض النظر عن الفاصلة العشرية ونضع الفاصلة العشرية في الناتج بحيث يكون عدد المنازل العشرية مساوياً لمجموع المنازل العشرية في العددين المضروبين (مع اعتبار أن الصفر، إن كان على يمين الناتج يحتل خانه).

مثال (٣) :

ما ناتج ضرب $١,٠٤ \times ٤,٣٢$

الحل:

نجري عملية الضرب (دون منازل عشرية) كالآتي:

$$\begin{array}{r} ٤٣٢ \\ \times ١٠٤ \\ \hline ٤٣٢٠٠ \\ ١٧٢٨ \\ \hline ٤٤٩٢٨ \end{array}$$

عدد المنازل في العددين أربع
فيكون الناتج $٤,٤٩٢٨ = ١٠٤ \times ٤٣٢$

مثال (٤) :

$$\begin{array}{r} ٤٧٣٢ \\ \times ٤٥ \\ \hline ١٨٩٢٨٠ \\ ٢٣٦٦٠ \\ \hline ٢١٢٩٤٠ \end{array}$$

جد/ جدي ناتج $٤,٥ \times ٤٧,٣٢$

الحل:

$٢١٢,٩٤٠ = ٤,٥ \times ٤٧,٣٢$

تمرين (١١)

(١) جد/ جدي نواتج العمليات التالية:

(أ) $١٣,٢ \times ٠,٨٥$

(ب) $١,٤ \times ٠,٠٣٥$

(ج) $٠,٧ \times ٠,٠٩$

(د) $٥٢ \times ٠,٠٠٧$

(هـ) $٠,٠١٧ \times ٠,٠٢$

(٢) إذا علمت أن: $15 \times 126 = 1890$

فجدد/ فجددي قيمة النواتج التالية دون إجراء عملية الضرب:

أ / $1,5 \times 1,26$ ب / $0,15 \times 12,6$

ج / $0,0015 \times 1,26$ د / $15 \times 12,6$

(٣) تأكد/ تأكدي من ناتج الضرب ثم انقل في كراستك/ كراستك وضع/ ضعي الفاصلة في مكانها الصحيح:

أ / $288 = 2,4 \times 1,2$

ب / $4248 = 23,6 \times 1,8$

ج / $35011 = 22,3 \times 15,7$

د / $1615224 = 8,06 \times 2,004$

هـ / $2471045 = 7,03 \times 3515$

قسمة الكسور العشرية على ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠

مثال (١):

اقسم / اقسمي ٦,٣ على ١٠

الحل:

$$\frac{٦٣}{١٠} = ٦,٣$$

$$١٠ \div \frac{٦٣}{١٠} = ١٠ \div ٦,٣ \therefore$$

$$٠,٦٣ = \frac{٦٣}{١٠٠} = \frac{١}{١٠} \times \frac{٦٣}{١٠} =$$

نلاحظ أن الفاصلة العشرية تحركت في المقسوم منزلة عشرية واحدة إلى جهة اليسار

مثال (٢):

اقسم / اقسمي ٤٢,٨ على ١٠٠

الحل:

بما أن:

$$\frac{٤٢٨}{١٠} = ٤٢,٨$$

$$١٠٠ \div \frac{٤٢٨}{١٠} = ١٠٠ \div ٤٢,٨ \therefore$$

$$٠,٤٢٨ = \frac{٤٢٨}{١٠٠٠} = \frac{١}{١٠٠} \times \frac{٤٢٨}{١٠} =$$

نلاحظ أن الفاصلة العشرية في المقسوم تحركت إلى جهة اليسار منزلتين عشريتين ليصبح

النتاج ٠,٤٢٨

مثال (٣):

اقسم / اقسمي ٢٤٥,٦ على ١٠٠٠

الحل:

$$\text{بما أن: } ٢٤٥,٦ = \frac{٢٥٤٦}{١٠}$$

$$\therefore ٠,٢٤٥٦ = \frac{٢٥٤٦}{١٠٠٠} = \frac{١}{١٠٠٠} \times \frac{٢٥٤٦}{١٠} = ١٠٠٠ \div ٢٥٤,٦$$

لاحظ/ لاحظي أنه عند القسمة على ١٠٠٠ تتحرك الفاصلة العشرية ثلاث منازل إلى جهة اليسار وفي حالة عدم كفاية المنازل أثناء حركة الفاصلة نضيف أصفاراً كما في الحاتين التاليتين:

$$٠,٠٩٣٧ = ١٠٠٠ \div ٩٣,٧$$

$$٠,٠٠٤٨ = ١٠٠٠ \div ٤,٨$$

كما سبق نستنتج :

١. لإيجاد ناتج قسمة كسر عشري على ١٠ تتحرك الفاصلة العشرية في الكسر العشري منزلة واحدة نحو اليسار.
٢. ولإيجاد ناتج قسمة كسر عشري على ١٠٠ تتحرك الفاصلة العشرية منزلتين إلى جهة اليسار.
٣. ولإيجاد ناتج قسمة كسر عشري على ١٠٠٠ تتحرك الفاصلة العشرية ٣ منازل إلى جهة اليسار.
٤. وبشكل عام نلاحظ أن الفاصلة العشرية تتحرك إلى اليسار عدداً من المنازل بقدر عدد الأصفار في المقسوم عليه إذا كان المقسوم عليه:
١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ١٠٠٠٠، ...

مثال (٤):

جد/ جدي ناتج قسمة ١٩,٤ ÷ ١٠٠٠

الحل:

$$٠,٠١٩٤ = ١٠٠٠ \div ١٩,٤$$

تمرين (١٢)

(أ) جد/ جدي ناتج القسمة مباشرة:

$$١٠٠٠ \div ٥٤٢٩,١ \text{ (٢)}$$

$$١٠ \div ٣,١٧ \text{ (١)}$$

$$١٠٠٠٠ \div ١٨,٤ \text{ (٤)}$$

$$١٠٠ \div ٣,٤٦ \text{ (٣)}$$

$$١٠٠٠ \div ٠,٠٢٥ \text{ (٦)}$$

$$١٠٠ \div ٥٤٧ \text{ (٥)}$$

(ب) حوّل/ حوّل القياسات التالية إلى أمتار:

٣٦ (٣) دسم

٢٨ (٢) سم

٢٧٥ (١) سم

٢٥ (٥) ملم

١٢١٦ (٤) ملم

(ج) املاؤ/ املائي الفراغ بالعدد المناسب:

$$٥,٨٣ = ١٠ \div \boxed{} \text{ (١)}$$

$$٣,٩٨ = ١٠٠ \div \boxed{} \text{ (٢)}$$

$$٤,١٥٦ = \boxed{} \div ٤١٥,٦ \text{ (٣)}$$

$$٠,٠٤١٥٦ = \boxed{} \div ٤١٥,٦ \text{ (٤)}$$

$$٠,٠٠٠٢ = \boxed{} \div ٠,٠٢ \text{ (٥)}$$

$$٥,٧ = ١٠٠ \div \boxed{} \text{ (٦)}$$

قسمة كسر عشري على عدد صحيح

تأمل / تأملي الأمثلة التالية:

مثال (١):

قسّم ترزي قطعة قماش طولها ١٦,٨ متر إلى ٣ أجزاء متساوية، ما طول كل جزء؟

الحل:

$$\frac{16,8}{3} = 3 \div 16,8 = \text{طول كل جزء}$$

نضرب البسط والمقام في ١٠ للتخلص من الفاصلة العشرية

$$\frac{16,8}{3} = \frac{168}{30} = \frac{56}{10} = 5,6 \text{ متر}$$

مثال: (٢)

اقسم / اقسمي ٩,٦ على ٨

الحل:

لإيجاد ناتج القسمة نقوم بما يلي:

$$1,2 = \frac{12}{10} = \frac{96}{80} = \frac{10 \times 9,6}{10 \times 8} = \frac{9,6}{8}$$

لاحظ / لاحظي في عملية القسمة الطويلة الآتية وضع الفاصلة من المقسوم والناتج:

$$\begin{array}{r} 1,2 \\ 8 \overline{) 9,6} \\ \underline{8} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

أن العدد ٩,٦ يتكون من ٩ آحاد و٦ أعشار، وعند قسمة ٩ آحاد على ٨ نحصل على ١ والباقي ١، نحول الواحد إلى أعشار ويساوي ١٠ أعشار مضافاً إليها ٦ أعشار لتصبح ١٦ عشراً، نقسم ١٦ عشراً على ٨ ليكون الناتج ٢ (عشران).

الرقم ٢ يحتل المنزلة العشرية الأولى وهنا نضع الفاصلة العشرية قبل أن نكتب العدد ٢.

$$\text{فيكون } 1,2 = 8 \div 9,6$$

مثال (٣) :

اقسم / اقسمي ١,٦٩ على ١٣

الحل :

$$٠,١٣ = \frac{١٣}{١٠٠} = \frac{١٦٩}{١٣٠٠} = \frac{١٠٠ \times ١٦٩}{١٠٠ \times ١٣} = \frac{١,٦٩}{١٣}$$

لاحظ / لاحظي عملية القسمة الطويلة التالية:

$$\begin{array}{r} ٠,١٣ \\ ١٣ \overline{) ١,٦٩} \\ \underline{١٣} \\ ٣٩ \\ \underline{٣٩} \\ ٠٠ \end{array}$$

عند قسمة الواحد الصحيح على ١٣ لا يمكن أن نحصل على أحاد لذلك يحتل الرقم صفر منزلة الآحاد ونحول الواحد إلى عشرة أعشار مضافاً إليها ٦ أعشار لتصبح ١٦ عشراً. نقسم ١٦ عشراً على ١٣ فينتج عشراً واحداً ويتبقى ٣ أعشار. لذلك نضع الفاصلة العشرية قبل أن نكتب العدد ١. ونحول ٣ أعشار إلى أجزاء المئة فتصبح ٣٠ جزءاً من مئة مضافاً إليها ٩ أجزاء من مئة لتصبح ٣٩ جزءاً من مئة، ونقسم ٣٩ جزءاً من مئة على ١٣ فينتج ٣ أجزاء من مئة ويحتل الرقم ٣ المنزلة العشرية الثانية. قد نحتاج إلى إضافة صفر أو أكثر إلى يمين الكسر العشري الذي يمثل المقسوم لمتابعة عملية القسمة كما يلي:

$$٥ \div ١٠,٨٠ = ٥ \div ١٠,٨$$

$$٢,١٦ = \frac{٢١٦}{١٠٠} = \frac{١٠٨٠}{٥٠٠} = \frac{١٠٠ \times ١٠,٨}{١٠٠ \times ٥}$$

ويمكن ملاحظة القسمة الطويلة:

$$\begin{array}{r} ٢,١٦ \\ ٥ \overline{) ١٠,٨٠} \\ \underline{١٠} \\ ٠٠٨ \\ \underline{٥} \\ ٣٠ \\ \underline{٣٠} \\ ٠٠ \end{array}$$

مثال (٤):

جد/ جدي ناتج القسمة $١٥ \div ٦,٧٨$

الحل:

$$١٥ \div ٦,٧٨$$

$$\begin{array}{r} ٠,٤٥٢ \\ ١٥ \overline{) ٦,٧٨} \\ \underline{٦٠} \\ ٧٨ \\ \underline{٧٥} \\ ٣٠ \\ \underline{٣٠} \\ ٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ٠,٤٥٢ = ١٥ \div ٦,٧٨$$

تمرين (١٣)

(١) جد/ جدي ناتج القسمة لما يأتي:

(ب) $١٢ \div ٤٣,٦٨$

(أ) $٩ \div ٠,٧٢$

(د) $٨ \div ١١,٤٣٢$

(ج) $١٣ \div ٠,٣٧٧$

(و) $١٥ \div ١٩,٣٩٥$

(هـ) $٥ \div ٢٥,١$

(٢) ضع/ ضعي الفاصلة في مكانها الصحيح من نواتج القسمة التالية:

(أ) $٥٢ = ٣ \div ٠,١٥٦$

(ب) $٤٣٢ = ٢ \div ٨٦,٤$

(ج) $٢٢ = ٧ \div ١,٥٤$

(د) $٣ = ٧ \div ٠,٠٢١$

(٣) إذا قسم رجل مبلغ ٤٣,٣٨ جنيهاً على أبنائه الثلاثة بالتساوي فكم يكون نصيب كل منهم؟

(٤) اقتسم ٩ شركاء أرباح شركتهم البالغة ١٤٨,٦٨ مليون جنيهاً فكم نصيب كل شريك.

قسمة عدد صحيح على كسر عشري

تأمل / تأملي الأمثلة التالية:

مثال (١):

جد/ جدي ناتج قسمة ٢١ على ٠,٧

$$٣٠ = \frac{٢١٠}{٧} = \frac{١٠ \times ٢١}{١٠ \times ٠,٧} = \frac{٢١}{٠,٧} = ٠,٧ \div ٢١$$

لاحظ/ لاحظي أنا ضربنا المقسوم والمقسوم عليه في ١٠ ليصبح المقسوم عليه عدداً صحيحاً.

مثال (٢):

ما ناتج قسمة ٢٨٨ ÷ ١,٨

الحل:

$$\frac{٢٨٨٠}{١٨} = \frac{١٠ \times ٢٨٨}{١٠ \times ١,٨} = \frac{٢٨٨}{١,٨} = ١,٨ \div ٢٨٨$$

$$\begin{array}{r} ٠١٦٠ \\ ١٨ \overline{) ٢٨٨٠} \\ \underline{١٨} \\ ١٠٨ \\ \underline{١٠٨} \\ ٠٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ١٦٠ = ١,٨ \div ٢٨٨$$

مثال (٣):

اقسم/ اقسمي ٣١٩٥ ÷ ٠,٤٥

الحل:

$$\frac{٣١٩٥٠٠}{٤٥} = \frac{١٠٠ \times ٣١٩٥}{١٠٠ \times ٠,٤٥} = \frac{٣١٩٥}{٠,٤٥}$$

بإجراء عملية القسمة الطويلة:

$$\begin{array}{r} ٠٠٧١٠٠ \\ ٤٥ \overline{) ٣١٩٥٠٠} \\ \underline{٣١٥} \\ ٠٠٤٥ \\ \underline{٠٠٤٥} \\ ٠٠٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ٧١٠٠ = \frac{٣١٩٥}{٠,٤٥}$$

محاسبق نستنتج ما يلي:

عند قسمة عدد صحيح على كسر عشري نضرب المقسوم والمقسوم عليه في ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠، ... بحيث يتحول المقسوم عليه إلى عدد صحيح ونجري عملية القسمة بالطريقة العادية.

مثال (٤):

اقسم / اقسمي ٧٣٥ على ١,٠٥

الحل:

$$١٠٥ \div ٧٣٥٠٠ = ١,٠٥ \div ٧٣٥$$

$$\begin{array}{r} ٠٠٧٠٠ \\ ١٠٥ \overline{) ٧٣٥٠٠} \\ \underline{٧٣٥٠٠} \\ ٠٠٠٠٠ \end{array}$$

$$\underline{\underline{٧٠٠}} = ١,٠٥ \div ٧٣٥٠٠$$

تمرين (١٤)

(١) جد/ حدي ناتج القسمة لما يأتي:

(ب) $٦٧٢ \div ٠,٤٢$

(أ) $١,٢ \div ٦٤٨$

(د) $١٤٤ \div ٠,١٢$

(ج) $٤٣٤ \div ٠,٠٧$

(و) $٧٣٥ \div ٠,١٥$

(هـ) $٧٢ \div ٢,٤$

(٢) اقتسمت عدد من التلميذات مبلغ ١٥ جنيه فكان نصيب كل واحد منهن ٢,٥ جنيه فكم عدد التلميذات؟

(٣) قضيب من الحديد طوله ٩ أمتار فإذا قسم إلى قطع متساوية طول الواحدة منها ٣٦,٠ متر فكم عدد القطع؟

قسمة كسر عشري على كسر عشري

لإيجاد ناتج قسمة $٦,١٢ \div ١,٨$ يمكن أن نجعل المقسوم عليه عدداً صحيحاً بضرب كل من

البسط والمقام في ١٠

$$\frac{٦١,٢}{١٨} = \frac{١٠ \times ٦,١٢}{١٠ \times ١,٨} = \frac{٦,١٢}{١,٨}$$

أي أن العملية صارت $٦١,٢ \div ٨$ (قسمة كسر على عدد صحيح).

وبإجراء القسمة الطويلة.

$$\begin{array}{r} ٣,٤ \\ ١٨ \overline{) ٦١,٢} \\ \underline{٥٤} \\ ٧٢ \\ \underline{٧٢} \\ ٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ٣,٤ = \frac{٦,١٢}{١,٨}$$

وكذلك لإيجاد ناتج قسمة $١,١٢ \div ٥,٦$ (نضرب البسط والمقام في ١٠٠)

$$\frac{٥٦٠}{١١٢} = \frac{١٠٠ \times ٥,٦}{١٠٠ \times ١,١٢} =$$

وبإجراء القسمة الطويلة:

$$\begin{array}{r} ٠٠٥ \\ ١١٢ \overline{) ٥٦٠} \\ \underline{٥٦٠} \\ ٠٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ٥ = ١,١٢ \div ٥,٦$$

■ لقسمة عدد عشري على عدد عشري نقوم بالخطوتين التاليتين:

١. نضرب المقسوم والمقسوم عليه في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠ ... ليصبح المقسوم عليه عدداً صحيحاً.

٢. نجري بعد ذلك عملية القسمة على العدد الصحيح.

مثال (١):

جد/ جدي ناتج ٢٢٥, ٣ ÷ ١٥, ٠
الحل:

$$١٥ \div ٣٢٢,٥ = ٠,١٥ \div ٣,٢٢٥$$

$$\begin{array}{r} ٠,٢١,٥ \\ ١٥ \overline{) ٣٢٢,٥} \\ \underline{٣٠} \\ ٢٢ \\ \underline{١٥} \\ ٧٥ \\ \underline{٧٥} \\ ٠٠ \end{array}$$

$$\therefore ٢١,٥ = ٠,١٥ \div ٣٢٢,٥$$

تمرين (١٥)

(١) جد/ جدي قيمة المقسوم في الآتي:

$$٥٢٦ \div \boxed{} = ٥,٢٦ \div ٧,٨٦٢ \text{ (أ)}$$

$$٨١٤ \div \boxed{} = ٨,١٤ \div ١٢,٦ \text{ (ب)}$$

$$١٢ \div \boxed{} = ٠,١٢ \div ٦٥٨١ \text{ (ج)}$$

$$٢٣٧ \div \boxed{} = ٢٣,٧ \div ٥,٩٤ \text{ (د)}$$

(٢) جد/ جدي خارج القسمة:

$$٣٦ \div ٧,٢ \text{ (أ)}$$

$$٠,٤ \div ٤٠,٨ \text{ (ب)}$$

$$٢,٨ \div ٣,٠٨ \text{ (ج)}$$

$$٢,٥ \div ٨٦,٧٥ \text{ (د)}$$

(٣) اقتسم عدد الأولاد مبلغ ٣, ١٥٣ جنيهًا فكان نصيب الواحد منهم ٩, ٢١ جنيهًا، فكم عدد الأولاد؟

(٤) قطعة من القماش طولها ٣٦, ١ متراً تريد خياطة ملابس تقطيعه إلى قطع طول الواحد ١٧, ٠ متر. فكم عدد القطع التي ستحصل عليها؟

إيجاد العدد المفقود

مثال (١)

جد/ جدي العدد المفقود فيما يلي:

$$٢١,٧٨٨٢ = \square + ٧,١٤٥٢$$

الحل:

المطلوب هو إيجاد العدد الذي إذا أضيف إلى ٧,١٤٥٢ يكون الناتج ٢١,٧٨٨٢ أي

$$١٤,٦٤٣٠ = ٧,١٤٥٢ - ٢١,٧٨٨٢$$

∴ العدد المفقود هو ١٤,٦٤٣٠

مثال (٢):

اكمل/ اكمل الفراغ فيما يلي:

$$١,٣٩٤٥ = ٢,٦٥٤٨ - \square$$

الحل:

المطلوب إيجاد العدد الذي إذا طرح منه ٢,٦٥٤٨ يكون الناتج ١,٣٩٤٥. ينتج هذا العدد من

جمع العدد ٢,٦٥٤٨ إلى ١,٣٩٤٥

$$٤,٠٤٩٣ = ١,٣٩٤٥ + ٢,٦٥٤٨$$

العدد هو ٤,٠٤٩٣

مثال (٣):

اكمل/ اكمل الفراغ فيما يلي:

$$٥,١٢ = \square \times ٣,٢$$

الحل:

$$٣,٢ \div ٥,١٢ = \square$$

$$٣٢ \div ٥١,٢ =$$

$$\begin{array}{r}
 1,6 \\
 32 \overline{) 51,2} \\
 \underline{32} \\
 192 \\
 \underline{192} \\
 0
 \end{array}$$

∴ العدد هو 1,6
مثال (٤):

اكمل / اكمل:

$$1,8 = 1,7 \div \square$$

الحل:

$$1,7 \times 1,8 = \square$$

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 17 \\
 \hline
 180 \\
 126 \\
 \hline
 306
 \end{array}$$

∴ العدد هو 3,06
مثال (٥):

اكمل / اكمل:

$$2,7 = \square \div 4,86$$

الحل:

$$2,7 = \square \div 4,86 \text{ وهذه تعني:}$$

$$2,7 \div 4,86 = \square$$

$$27 \div 48,6 =$$

$$\begin{array}{r}
 1,8 \\
 27 \overline{) 48,6} \\
 \underline{27} \\
 216 \\
 \underline{216} \\
 0
 \end{array}$$

∴ العدد هو 1,8

تمرين (١٦)

جد/ جدي العدد المفقود فيما يلي:

$$\boxed{} = ٣,٠٨٩ + ٢,١٤ \quad (١)$$

$$\boxed{} = ٣,٩٧ - ٨,٠٨٥ \quad (٢)$$

$$٨,٣٠٢ = \boxed{} + ٤,٠٨٩ \quad (٣)$$

$$١,٩٨٤ = \boxed{} - ٣,٧٩١ \quad (٤)$$

$$٣,٩٨٩٠ = ١,٠٨١ + \boxed{} \quad (٥)$$

$$٠,٠٥ = \boxed{} \div ٠,٠٤٣٥ \quad (٦)$$

$$٠,٥٢٢ = \boxed{} \times ٠,٨٧ \quad (٧)$$

$$٠,٠٦ = ٥,٢٢ \div \boxed{} \quad (٨)$$

$$٧,٩٨ = ٣,٨ \times \boxed{} \quad (٩)$$

$$\boxed{} = ١,٠٥ \times ٢,٩٣ \quad (١٠)$$

تمرين عام

(١) حوّل ما يأتي إلى كسور عشرية :

$$(أ) \quad ٢ \frac{٣}{٤} \quad (ب) \quad ١ \frac{٦}{٨} \quad (ج) \quad ٥ \frac{٣}{٥}$$

(٢) حوّل إلى كسور اعتيادية أو مركبة :

$$(أ) \quad ١,١٢٥ \quad (ب) \quad ٠,٥٤ \quad (ج) \quad ٧,٠٥$$

(٣) اكتب القيمة المنزلية للرقم المكتوب الذي تحته خط :

$$(أ) \quad ٢٧,٠\underline{٧} \quad (ب) \quad ١,٣\underline{٧٥} \quad (ج) \quad ٥,٠٠\underline{٧}$$

$$(د) \quad ١\underline{٢},٢٣$$

(٤) جد قيمة ما يأتي :

$$(أ) \quad ١,٠٥ + ٣,٢٦$$

$$(ب) \quad ٤,٠٥ + ٦,٠٢١٣$$

$$(ج) \quad ٣,١٢١ - ٧,٠٢٧$$

$$(د) \quad ٣,٦ - ١,٢٥ + ٤,١٢$$

(٥) قرّب كلاً من الكسور العشرية التالية :

$$١,٠٩٧ \quad , \quad ٠,٧٠٢٩ \quad , \quad ١,٥٢٩٣$$

(أ) لمنزلة عشرية واحدة .

(ب) لمنزلتين عشريتين .

(ج) لأقرب عدد صحيح .

(د) لثلاث منازل عشرية .

(٦) اكتب القيم المنزلية للرقم ٥ في العدد التالي :

$$٥٣٤٥,٥٧ \text{ (أ)}$$

(٧) جد/ جدي ما يأتي:

$$١٠٠٠ \times ٥,٤٣٢ \text{ (ب)}$$

$$١٠٠ \times ٢٥,٣٤ \text{ (أ)}$$

$$١,٢٥ \times ٤,٥ \text{ (د)}$$

$$٠,٥ \times ١,٢ \text{ (ج)}$$

(٨) جد/ جدي خارج القسمة:

$$١٢ \div ٨,٤ \text{ (أ)}$$

$$٠,٤٥ \div ٩,٦٧٥ \text{ (ب)}$$

$$١٠٠ \div ٣٥,٧ \text{ (ج)}$$

(٩) قسم رجل مبلغ ٢,٢٥٦ جنيه على أبنائه الثلاثة بالتساوي. فكم نصيب كل منهم؟

(١٠) ثوب من القماش طوله ٧٥ متراً قسم إلى عدد من القطع المتساوية طول القطعة

٦ سم. فكم عدد القطع؟

(١١) جد/ جدي العدد المفقود فيما يلي:

$$\boxed{} = ٣٤,٠٥٤ - ٥٨,٦٧٣ \text{ (أ)}$$

$$٠,٢٠٣ = \boxed{} + ٠,٤٥٦ \text{ (ب)}$$

$$٢٤,٠٤٥ = \boxed{} \times ٤٨٠,٩ \text{ (ج)}$$

$$\boxed{} = ٣,٦٥٤ \div ٠,٠٧٣٠٨ \text{ (د)}$$

الوحدة الرابعة

النسبة والتناسب

النسبة

مراجعة:

لقد عرفت/ عرفت سابقاً أن النسبة هي:

مقارنة بين كميتين، وحدات قياسهما من نوع واحد.

مثلاً: إذا كان عرض غلاف كتاب ١٠ سم، وطوله ٢٠ سم، فإن نسبة عرض الغلاف إلى طوله تكتب بثلاث طرق:

١. باستعمال كلمة إلى (١٠ إلى ٢٠)

٢. باستعمال رمز النسبة (١٠ : ٢٠)

٣. في صورة كسر $(\frac{10}{20})$

ويفضل أن تكتب بالشكلين الثاني والثالث أي باستخدام رمز النسبة أو شكل كسر،

وتختصر النسبة إلى أبسط صورة لتسهيل المقارنة أي أن:

$$\text{نسبة عرض الكتاب إلى طوله} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

وأيضاً عرفت/ عرفت سابقاً أن في النسبة دائماً يطلق على العدد الأول مقدم النسبة أو الحد الأول والعدد الثاني تالي النسبة أو الحد الثاني ويطلق على العددين حدّاً النسبة.

في النسبة أ : ب أو $\frac{أ}{ب}$

أ = مقدم النسبة أو الحد الأول

ب = تالي النسبة أو الحد الثاني

أ ، ب = حدّاً النسبة

مثال (١):

في أحد الامتحانات حصلت سامية على ٣٥ درجة، بينما حصلت زينب على ٤٩ درجة،
فما النسبة بين درجات سامية إلى درجات زينب ؟

الحل:

$$\text{نسبة درجات سامية إلى درجات زينب} = \frac{35}{49} = \frac{5}{7} = 5 : 7$$

لاحظ/ لاحظي أننا لم نكتب التمييز لأن النسبة لا تميز.

مثال (٢):

إذا كان طول شارع ٣ كيلومترات، وعرضه ٦٠ متراً، فما نسبة
طوله إلى عرضه ؟

الحل:

لاحظ/ لاحظي اختلاف وحدات قياس كلٍّ من الطول والعرض فهي كيلومترات
وأمتار، ولكي نستطيع المقارنة لابد من توحيد وحدات القياس أولاً:

$$٣ \text{ كيلومتر} = ٣ \times ١٠٠٠ = ٣٠٠٠ \text{ متر}$$

وبذلك تصبح نسبة طول الشارع إلى عرضه هي:

$$٣٠٠٠ : ٦٠ = ٥٠ : ١$$

تمرين (١)

١) اكتب/ اكتبى النسبة بين كل مما يلي:

أ/ ٣٥ كتاب ، ٧٠ كتاباً ب/ ٥ دسم ، ٤ أمتار

ج/ ٦ جنيهات ، ٦ جنيهات

٢) املاؤ/ املئى الأماكن الخالية من الجدول التالي حسب ما هو مبين:

أ/ ٣ إلى ٤ ب/ ٥ ÷ ٢ ج/ ٧ : ٩

النسبة	الحد الأول (مقدم النسبة)	الحد الثاني (تالي النسبة)
أ/		
ب/		
ج/		

٣) اكتب/ اكتبى كلاً من النسب التالية على صورة كسر عادي في أبسط صورة:

أ/ ٥ إلى ٢٠ ب/ ١٦ : ٤٠ ج/ ٩ إلى ١٥

٤) عند إسماعيل ١٢ جنيهاً ، وعند هشام ٣٦ جنيهاً. جد/ جدي:

أ/ نسبة ما عند إسماعيل إلى ما عند هشام.

ب/ نسبة ما عند هشام إلى ما عند إسماعيل.

ج/ نسبة ما عند إسماعيل إلى مجموع ما عندهما من الجنيهات.

خواص النسبة

(١) تكافؤ النسب:

تكون النسبتان متكافئتين إذا تساوتا، ونحصل على نسبتين متكافئتين إذا ضربنا حدّي النسبة في نفس العدد، أو قسمناها على نفس العدد شرط ألا يكون صفراً، مثلاً:

$$٢ : ٣ = ٦ : ٩ \text{ بضرب حدّي النسبة الأولى في } ٣ \text{ هكذا:}$$

$$\frac{٦}{٩} = \frac{٣}{٣} \times \frac{٢}{٣}$$

$$\text{وكذلك } ٦ : ٩ = ٣ : ٢ \text{ بقسمة حدّي النسبة الأولى على } ٣ \text{ هكذا:}$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٣ \div ٦}{٩ \div ٣}$$

مثال (١):

نسبة عمر انتصار إلى عمر أخيها نادر هي ٢ : ٥ وكان عمر نادر ١٥ سنة، فما عمر انتصار؟

الحل:

$$\frac{\text{عمر انتصار}}{\text{عمر نادر}} = \frac{٢}{٥} \text{ وهي تكافئ } \frac{٦}{١٥}$$

أي أن عمر انتصار = ٦ سنوات.

(٢) نسبة كسر إلى كسر:

لكي نكتب نسبة مثل $\frac{٣}{٤} : \frac{٥}{٦}$ في صورة مبسطة نستخدم طريقتين:

أ) طريقة القسمة:

مثال (٢):

$$\text{احسب/ احسبي النسبة } \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$$

الحل:

$$10:9 = \frac{9}{10} = \frac{18}{20} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$$

$$10:9 = \frac{5}{6} : \frac{3}{4} \therefore$$

ب) طريقة توحيد المقامين:

مثال (٣):

$$\text{احسب/ احسبي النسبة } \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$$

الحل:

المضاعف المشترك الأصغر للمقامين ٤، ٦ هو ١٢

$$\therefore \frac{10}{12} = \frac{5}{6}, \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$10:9 = \frac{10}{12} : \frac{9}{12} = \frac{5}{6} : \frac{3}{4} \therefore$$

مثال (٤):

$$\text{احسب/ احسبي النسبة } \frac{7}{4} : \frac{2}{5}$$

أ/ بطريقة القسمة ب/ بطريقة توحيد المقامين

الحل:

$$\frac{1}{35} = \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{4} : \frac{2}{5} \quad / \text{أ}$$

$$35:1 = \frac{7}{4} : \frac{2}{5} \therefore$$

ب/ المضاعف المشترك الأصغر للمقامين ٥، ٤ هو ٢٠

$$35:1 = \frac{35}{20} : \frac{1}{20} = \frac{5 \times 7}{5 \times 4} : \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{7}{4} : \frac{2}{5} \therefore$$

$$35:1 = \frac{7}{4} : \frac{2}{5} \therefore$$

مثال (٥):

يتدرب محمد وحسن على إصابة الأهداف في ضربات الجزاء، فإذا أحرز محمد ٧ أهداف من أصل ١٠ ضربات، وأحرز حسن ١٢ هدفاً من أصل ١٥ ضربة، فأيهما أفضل في إحراز الأهداف؟

الحل:

$$\frac{7}{10} = \text{نسبة أهداف محمد}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \text{نسبة أهداف حسن}$$

لمعرفة أي النسبتين أكبر نوحّد مقامي النسبتين:

$$\frac{7}{10} < \frac{8}{10} \text{ وبالتالي } \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \text{ والنسبة الثانية } \frac{7}{10} \text{، والنسبة الأولى } \frac{7}{10} < \frac{8}{10} \therefore$$

∴ حسن أفضل من محمد في إحراز الأهداف.

تمرين (٢)

١) انقل / انقلي واملاء / واملئي المربع الخالي لتكوّن / لتكوّني نسبتين متكافئتين:

$$\frac{\boxed{}}{18} = \frac{5}{6} \quad \text{ب /} \quad \frac{6}{\boxed{}} = \frac{3}{4} \quad \text{أ /}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{12}{\boxed{}} \quad \text{د /} \quad \frac{3}{7} = \frac{\boxed{}}{21} \quad \text{ج /}$$

٢) إذا كانت نسبة ما عند كمال من الجنيهات إلى ما عند أدروب هي ٢ : ٣ وكان عند أدروب ٢٤ جنيهاً، فكم جنيهاً عند كمال؟

٣) اكتب / اکتبي في أبسط صورة:

$$\frac{18}{3} : \frac{54}{9} \quad \text{ج /} \quad \frac{2}{7} : \frac{1}{4} \quad \text{ب /} \quad \frac{7}{8} : \frac{2}{5} \quad \text{أ /}$$

٤) في امتحانٍ ما تحصلت شياء على ٥٠ درجة من ٦٠ بينما نالت صديقتها ماريّا ٨٠ درجة من ١٠٠، فأيهما أحرزت درجات أفضل؟

التناسب

الكسران $\frac{3}{5}$ ، $\frac{6}{10}$ متكافئان لأننا يمكن أن نحصل على الكسر الثاني بضرب كل من بسط ومقام الكسر الأول في العدد ٢ كما يلي:

$$\frac{6}{10} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5}$$

إذن $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ وإذا تساوى كسران فإننا نسمي ذلك تناسباً، ويمكن أن نضع الكسرين المتساويين في صورة نسبتين متساويتين كما يلي:

$$10 : 6 = 5 : 3$$

التناسب هو نسبتان متساويتان.

خواص التناسب:

خاصية الضرب التبادلي:

١. علمنا أن الكسرين $\frac{3}{5}$ ، $\frac{6}{10}$ متكافئان أو متساويان في القيمة.

أ- ما حاصل ضرب بسط الكسر الأول في مقام الكسر الثاني (١٠×٣)؟

ب- ما حاصل ضرب بسط الكسر الثاني في مقام الكسر الأول (٥×٦)؟

٢. الكسران $\frac{2}{3}$ ، $\frac{10}{15}$ متساويان في القيمة، هل حاصل ضرب (١٥×٢) يساوي حاصل ضرب (٣×١٠)؟

وبصورة عامة إذا كان هنالك أربعة أعداد أ، ب، ج، د وكانت نسبة أ إلى ب تساوي نسبة

ج إلى د أي أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ يسمى أ، د طرفي التناسب، ويسمى ب، ج وسطى التناسب،

حيث $أ \times د = ب \times ج$

نسمى $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ تناسباً

أي أن: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

مثال (١):

$$\frac{\square}{15} = \frac{4}{5} \quad \text{جد/ جدي العدد المفقود في التناسب التالي:}$$

الحل:

يمكن حل هذا المثال بطريقتين:

الطريقة الأولى: باستخدام تكافؤ النسب:

$$\frac{4}{5} \text{ تكافئ } \frac{12}{15}$$

∴ العدد المفقود هو ١٢

الطريقة الثانية: باستخدام خاصية الضرب التبادلي:

في هذه الحالة نرسم للعدد المفقود بالرمز (س)، فيكون التناسب كالآتي:

$$\frac{س}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 5 \times س = 15 \times 4 \quad (\text{ضرب تبادلي})$$

$$\frac{5 \times س}{5} = \frac{15 \times 4}{5} \quad (\text{بقسمة الطرفين على 5})$$

$$\therefore س = 12$$

مثال (٢):

$$\frac{100}{س} = \frac{5}{20} \quad \text{جد/ جدي قيمة س في التناسب}$$

الحل:

الطريقة الأولى:

$$\frac{5}{20} \text{ تكافئ } \frac{100}{400}$$

$$\therefore س = 400$$

الطريقة الثانية:

$$١٠٠ \times ٢٠ = \text{س} \times ٥ \quad (\text{ضرب تبادلي})$$

$$\frac{١٠٠ \times ٢٠}{٥} = \frac{\text{س} \times ٥}{٥} \quad (\text{بقسمة الطرفين على } ٥)$$

$$\therefore \text{س} = ٤٠٠$$

مثال (٣):

هل النسبتان تشكّلان تناسباً فيما يلي:

$$\text{أ/ } \frac{٢}{٣} ، \frac{٤}{٦} \quad \text{ب/ } \frac{٢}{٧} ، \frac{٨}{٣٠}$$

الحل:

$$\text{أ/ حاصل ضرب الطرفين: } ١٢ = ٦ \times ٢$$

$$\text{حاصل ضرب الوسطين} = ١٢ = ٤ \times ٣$$

بما أن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$\therefore \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} ، \therefore \frac{٢}{٣} ، \frac{٤}{٦} \text{ تشكّلان تناسباً.}$$

$$\text{ب/ حاصل ضرب الطرفين} = ٦٠ = ٣٠ \times ٢$$

$$\text{حاصل ضرب الوسطين} = ٥٦ = ٨ \times ٧$$

بما أن حاصل ضرب الطرفين $\neq$ حاصل ضرب الوسطين

$$\therefore \frac{٨}{٣٠} \neq \frac{٢}{٧} ، \therefore \frac{٨}{٣٠} ، \frac{٢}{٧} \text{ لا تشكّلان تناسباً}$$

مثال (٤):

$$\text{كوّن/ كوّن تناسباً من } ٦ \times ٤ = ٨ \times ٣$$

الحل:

نعلم أن $٦ \times ٤ = ٨ \times ٣$ هي عبارة عن ضرب الطرفين = ضرب الوسطين ولكي نضع الأعداد المتناسبة في صورة تناسب فإننا نربط بين الأعداد المتناسبة كما يلي:

$$٦ \times ٤ = ٨ \times ٣$$

فتنتج صورة التناسب التالية:

$$\frac{7}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{ومن هذه الصورة يمكن أن نجد صوراً أخرى:}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{أو} \quad \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \text{أو} \quad \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{7}{3} \quad \text{أو} \quad \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$$

تمرين (٣)

(١) جد/جدي قيمة س في كل تناسب:

$$\frac{12}{18} = \frac{س}{6} \quad \text{ب/} \quad \frac{4}{5} = \frac{س}{5} \quad \text{أ/}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{س} \quad \text{د/} \quad \frac{س}{48} = \frac{7}{16} \quad \text{ج/}$$

$$\frac{2}{س} = \frac{س}{32} \quad \text{و/} \quad \frac{س}{12} = 4 \quad \text{هـ/}$$

(٢) ميّز/ ميّزي النسبتين اللتين تكونان تناسباً:

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{7} \quad \text{ب/} \quad \frac{24}{60}, \frac{2}{5} \quad \text{أ/} \quad \text{ج/} \quad 6:4, 12:8$$

(٣) كوّن / كوّن تناسيب من:

$$4 \times 12 = 8 \times 7$$

مسائل لفظية على التناسب

يستخدم التناسب أيضاً في حل المسائل اللفظية كما في الأمثلة التالية:

مثال (١):

قطعة سكنية مستطيلة الشكل نسبة طولها إلى عرضها ٦ : ٥ فإذا كان طولها ٦٠ متراً، فكم عرضها ؟

الحل:

الطول : العرض = ٦ : ٥

$$\therefore \frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{٦}{٥}$$

$$\therefore \frac{٦}{٥} = \frac{٦٠}{\text{العرض}}$$

$$\therefore ٦ \times \text{العرض} = ٥ \times ٦٠ \quad (\text{ضرب تبادلي})$$

$$\frac{٥ \times ٦٠}{٦} = \frac{٦ \times \text{العرض}}{٦} \quad (\text{بقسمة الطرفين على ٦})$$

$$\therefore \text{العرض} = ٥٠ \text{ متراً}$$

ملاحظة:

يمكن استخدام النسب لحل المثال السابق:

$$\frac{٦}{٥} \text{ تكافئ } \frac{٦٠}{٥٠}$$

$$\therefore \text{العرض} = ٥٠ \text{ متراً}$$

مثال (٢):

نسبة عمر أمين لعمر والده هي ٢ : ٩ فإذا كان عمر والده ٢٧ سنة، فكم عمر أمين ؟
عمر أمين : عمر والده = ٢ : ٩

$$\therefore \frac{\text{عمر أمين}}{\text{عمر والده}} = \frac{٢}{٩}$$

$$\therefore \frac{\text{عمر أمين}}{٢٧} = \frac{٢}{٩}$$

$$\therefore ٩ \times \text{عمر أمين} = ٢٧ \times ٢ \quad (\text{ضرب تبادلي})$$

$$\frac{٢٧ \times ٢}{٩} = \frac{٩ \times \text{عمر أمين}}{٩} \quad (\text{بقسمة الطرفين على ٩})$$
$$\therefore \text{عمر أمين} = ٦ \text{ سنوات}$$

حل آخر:

$$\frac{\text{س}}{٢٧} = \frac{٢}{٩} = \frac{\text{عمر أمين}}{\text{عمر والده}}$$

$$\frac{٦}{٢٧} \text{ تكافئ } \frac{٢}{٩}$$

$$\therefore \text{س} = ٦$$

$$\therefore \text{عمر أمين} = ٦ \text{ سنوات}$$

تمرين (٤)

(١) تسير سيارة نور الدين بسرعة ٨٤ كم/ ساعة، فإذا كانت نسبة سرعة سيارة نور الدين إلى سرعة سيارة خليل هي ٦ : ٥، فكم سرعة سيارة خليل ؟

(٢) قطعة أرض مستطيلة الشكل نسبة طولها إلى عرضها ٣ : ٢ فإذا كان عرضها ٨٠ متراً فكم طولها ؟

(٣) إذا كانت النسبة بين عدد تلاميذ مدرسة ما إلى عدد تلاميذ مدرسة أخرى هي ١ : ٣، فما عدد تلاميذ المدرسة الأولى إذا كان عدد تلاميذ المدرسة الثانية ٥٤٠ تلميذاً ؟

(٤) في إحدى القرى كانت نسبة الوفيات إلى السكان ٢٠ : ١٠٠٠، فإذا كان عدد سكان القرية ٥٠٠٠ نسمة، فكم عدد الوفيات في ذلك العام ؟

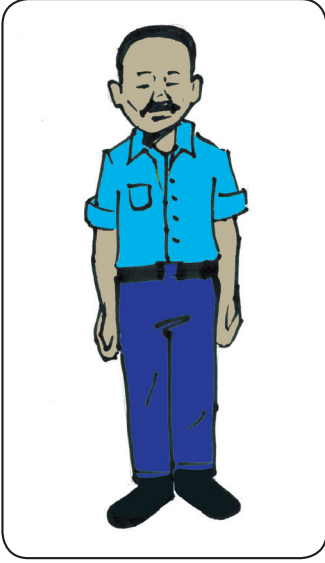
(٥) يريد مزارع أن يزرع الطماطم والفول المصري بنسبة ٢ : ٧، فإذا خصص للفول المصري ١٤ فداناً، فكم فداناً يخصص للطماطم ؟

(٦) نسبة عدد سكان إحدى القرى قبل ٤ سنوات إلى عدد سكانها الآن هي ٣ : ٤، فإذا كان عدد سكان القرية الآن ٦٠٠٠ نسمة، فكم عددهم قبل ٤ سنوات ؟

(٧) إذا تناسب أجر العامل مع عدد ساعات العمل التي يشتغلها، فأكمل/ فأكملي الجدول التالي:

عدد ساعات العمل	١	٥			٨	
الأجرة بالجنيهاً	٩		١٨	٣٦		٩٩

مقياس الرسم



قام الطيب بأخذ صورة تذكارية له، وبعد الحصول على الصورة، قاس طوله بالصورة فوجده ١٠ سم، في حين أن طوله الحقيقي هو ١٢٠ سم.

ما نسبة طول الطيب في الصورة إلى طوله في الحقيقة؟
نجد أن نسبة طول الطيب في الصورة إلى طوله في الحقيقة هي ١٠ : ١٢٠ = ١ : ١٢

وهذا يعني أن كل (١ سم) في الصورة يمثل (١٢ سم) في الحقيقة.

ومعنى ذلك أن : $\frac{\text{طول الطيب في الصورة}}{\text{طول الطيب الحقيقي}} = \frac{1}{12}$

وتسمى هذه النسبة مقياس الرسم أي أن:

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول في الحقيقة}}$$

مثال (١)

المسافة بين مدينتين ٢٠ كلم والمسافة بينهما على الخريطة ٥ سم، جد/ جدي مقياس الرسم لهذه الخريطة.

الحل

نحوّل المسافتين إلى وحدة مسافة واحدة.
المسافة على الخريطة = ٥ سم

المسافة في الحقيقة = ٢٠ كلم = ٢٠٠٠٠٠ × ١٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠٠٠ سم

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{المسافة على الخريطة}}{\text{المسافة في الحقيقة}} = \frac{5}{200000} = \frac{1}{40000}$$

∴ مقياس الرسم = ١ : ٤٠٠٠٠٠

وهذا يعني أن كل (١ سم) على الخريطة يمثل (٤٠٠٠٠٠ سم) في الحقيقة.

مثال (٢)

التقطت أسمهان صورة مكبرة بآلة تصوير لحشرة، فإذا كان طول الحشرة في الصورة ٨ سنتيمتر، وطولها الحقيقي ٤ ملليمترات أوجد/ أوجدي مقياس الرسم.

الحل:

نحوّل الطولين إلى وحدة طول واحدة.

الطول في الحقيقة = ٤ ملم.

الطول في الصورة = ٨ سم = $٨ \times ١٠ = ٨٠$ ملم

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول في الحقيقة}} = \frac{٨٠}{٤} = \frac{٢٠}{١}$$

∴ مقياس الرسم = ٢٠ : ١

وهذا يعني أن كل (٢٠ ملم) في الصورة تمثل (١ ملم) في الحقيقة.

مثال (٣)

إذا كان مقياس الرسم المسجل على إحدى الخرائط المرسومة لعدد من المدن السكنية هو ١ : ٣٠٠٠٠٠ وكان البعد بين مدينتين على الخريطة هو ٧ سم، احسب/ احسبي البعد الحقيقي بينهما بالأمتار والكيلو مترات.

الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد على الخريطة}}{\text{البعد الحقيقي}} = \frac{١}{٣٠٠٠٠٠}$$

بما أن البعد على الخريطة = ٧ سم

$$\therefore \frac{١}{٣٠٠٠٠٠} = \frac{٧}{\text{البعد الحقيقي}}$$

(ومن خاصية التناسب: حاصل ضرب الوسيطين = حاصل ضرب الطرفين).

نحصل على:

$$\text{البعد الحقيقي} \times 1 = 300000 \times 7$$

$$\therefore \text{البعد الحقيقي} = 210000 \text{ سم}$$

$$\text{البعد الحقيقي بالأمتار} = \frac{210000}{100} = 2100 \text{ متر}$$

$$\text{البعد الحقيقي بالكيلو مترات} = \frac{2100}{1000} = 2.1 \text{ كلم}$$

تمرين (5)

١. تصميم هندسي لأحد المنازل، إذا كان ارتفاع سور المنزل في التصميم هو ٤ سم، وارتفاعه على الحقيقة ٣ أمتار، أوجد/ أوجد مقياس الرسم.

٢. قام محمد بتكبير صورة بعوضة، فإذا كان طول البعوضة في الصورة ١٢ سم وطولها في الحقيقة ٣ ملم أوجد مقياس الرسم.

٣. إذا كان مقياس الرسم لخريطة ما هو ١ : ٩٠٠٠ وكانت المسافة بين القريتين على هذه الخريطة هي ٢ سم، فما المسافة الحقيقية بينهما؟

٤. إذا كان مقياس الرسم لخريطة السودان هو ١ : ٢٠٠٠٠٠٠٠

أ. كم متراً على الأرض يمثل السنتيمتر الواحد على الخريطة؟

ب. كم كيلو متراً على الأرض يمثل السنتيمتر الواحد على الخريطة؟

ج. إذا كانت المسافة بين مدينتين على الخريطة ٤ سم، احسب/ احسب المسافة الحقيقية بينهما بالكيلو مترات؟

د. إذا كانت المسافة التي يقطعها القطار من عطبرة إلى أبو حمد ٢٠٠ كلم تقريباً، احسب/ احسب هذه المسافة على الخريطة بالسنتيمترات.

التقسيم التناسبي

عندما يتم تقسيم أشياء كمية بنسب متفاوتة فإننا نقول إن هذا التقسيم تقسيم تناسبي.

فإذا كان لدينا مبلغ من المال تم تقسيمه بين ٣ أشخاص بنسبة ٣ : ٤ : ٥ فهذا يعني أننا قسمنا هذا المبلغ إلى ١٢ جزءاً، نصيب الشخص الأول منه ٣ أجزاء والثاني ٤ أجزاء والثالث ٥ أجزاء، هذا النوع من التقسيم يطلق عليه التقسيم التناسبي.

مثال (١):

إذا اقتسم الفاتح وإبراهيم وإسراء مبلغ ١٦٠ جنيهاً بنسبة ٤ : ٥ : ٧ فاحسب/ فاحسبي نصيب كلٍّ منهم.

الحل:

بما أن أنصبة الأشخاص الثلاثة هي ٤ : ٥ : ٧

إذن يقسم المبلغ إلى ١٦ جزءاً وهو مجموع حدود هذه النسبة

$$\text{مجموع حدود النسبة} = ٤ + ٥ + ٧ = ١٦$$

نصيب الفاتح ٤ أجزاء من ١٦ جزءاً.

نصيب إبراهيم ٥ أجزاء من ١٦ جزءاً.

نصيب إسراء ٧ أجزاء من ١٦ جزءاً.

$$\therefore \text{نصيب الفاتح} = \frac{٤}{١٦} \times ١٦٠ = ٤٠ \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{نصيب إبراهيم} = \frac{٥}{١٦} \times ١٦٠ = ٥٠ \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{نصيب إسراء} = \frac{٧}{١٦} \times ١٦٠ = ٧٠ \text{ جنيهاً.}$$

مثال (٢):

تحتوي مزرعة على ٣٦٠٠ شجرة ليمون، برتقال، مانجو، فإذا كانت نسبة عدد أشجار الليمون إلى عدد أشجار البرتقال إلى عدد أشجار المانجو ١ : ٢ : ٣ على الترتيب، فكم عدد أشجار كل صنف ؟

الحل:

$$\text{مجموع النسب} = ١ + ٢ + ٣ = ٦$$

$$\therefore \text{عدد أشجار الليمون} = ٣٦٠٠ \times \frac{١}{٦} = ٦٠٠ \text{ شجرة.}$$

$$\text{عدد أشجار البرتقال} = ٣٦٠٠ \times \frac{٢}{٦} = ١٢٠٠ \text{ شجرة.}$$

$$\text{عدد أشجار المانجو} = ٣٦٠٠ \times \frac{٣}{٦} = ١٨٠٠ \text{ شجرة}$$

مثال (٣):

قسّم مبلغ ٤٤٠ جنيهاً على أحمد ومحمد وجوهر بنسبة $\frac{١}{٩} : \frac{١}{٣} : ٣$ على الترتيب فما نصيب كل منهم.

الحل:

$$\frac{١}{٩} : \frac{١}{٣} : ٣ = \frac{١}{٩} : \frac{٣}{٩} : \frac{٩}{٩} = ١ : ٣ : ٩$$

$$١ : ٣ : ٩ =$$

$$\text{مجموع النسب} = ١ + ٣ + ٩ = ١٣$$

$$\text{نصيب أحمد} = ٤٤٠ \times \frac{١}{١٣} = ٣٣ \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{نصيب محمد} = ٤٤٠ \times \frac{٣}{١٣} = ١٠٢ \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{نصيب جوهر} = ٤٤٠ \times \frac{٩}{١٣} = ٣٠٥ \text{ جنيهاً.}$$

تمرين (٦)

(١) وزعت إحدى الجمعيات الخيرية مبلغاً من المال قدره ٦٠٠٠ جنيه على أسرتين بنسبة ٢ : ٣ ، فما نصيب كل أسرة ؟

(٢) قسّم / قسّمي ٣٦٠ بنسبة $\frac{1}{3}$: ٤ : $\frac{1}{4}$.

(٣) سبيكة من الذهب والفضة والنحاس وزنها ٧٢ جراماً، فإذا كانت نسبة وزن الذهب إلى وزن الفضة إلى وزن النحاس هي ٥ : ٢ : ١ ، فما مقدار وزن كلّ منها ؟

(٤) اشترك ثلاثة أشخاص في مشروع تجاري، فدفّع الأول ١٦٠٠٠ جنيه، ودفّع الثاني ٣٢٠٠٠ جنيه، ودفّع الثالث ٤٨٠٠٠ جنيه، وقد بلغت أرباحهم ٢٤٠٠٠ جنيه، فما نصيب كلّ منهم من الأرباح ؟

الوحدة الخامسة

حساب محيط

الأشكال الهندسية المستوية

مفهوم المحيط

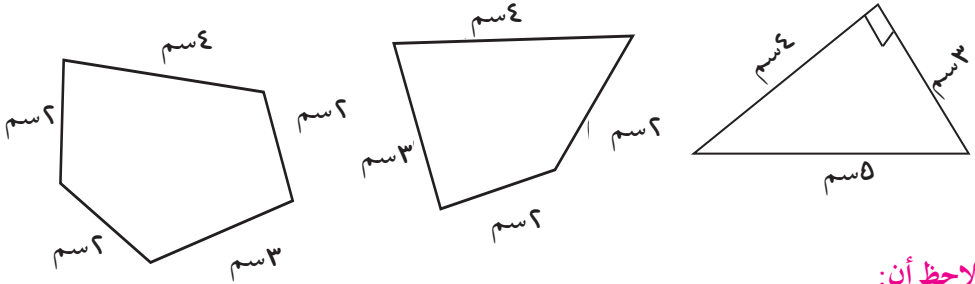
نشاط:

١. أحضر / أحضري علبة هندسة .
٢. أحضر / أحضري خيطاً ثم لفه / لفه حول قاعدتها المستطيلة
٣. ضع / ضعي إشارة على الخيط في الموضع الذي ينطبق فيه الخيط مع الطرف الآخر بعد دورة كاملة.
٤. استعمل / استعملي المسطرة لقياس طول الخيط .
طول الخيط يسمى المحيط

المحيط هو طول الإطار الخارجي حول الشكل المغلق

محيط المضلع

عرفنا فيما سبق أن المضلع يسمى بعدد أضلاعه، فالمثلث به ثلاثة أضلاع والرابعي به أربعة أضلاع والخماسي به خمسة أضلاع. لاحظ / لاحظي الأشكال الآتية:



نلاحظ أن:

محيط المثلث يساوي مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة $4 + 3 + 2 = 9$ سم

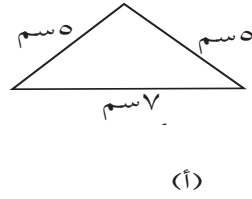
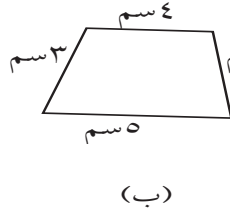
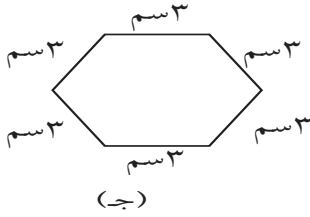
محيط الرباعي يساوي مجموع أطوال أضلاعه الأربعة $4 + 2 + 2 + 3 = 11$ سم

محيط الخماسي يساوي مجموع أطوال أضلاعه الخمسة $4 + 2 + 2 + 3 + 2 = 13$ سم

∴ محيط المضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه

مثال:

احسب/ احسبي محيط المضلعات الآتية:



الحل:

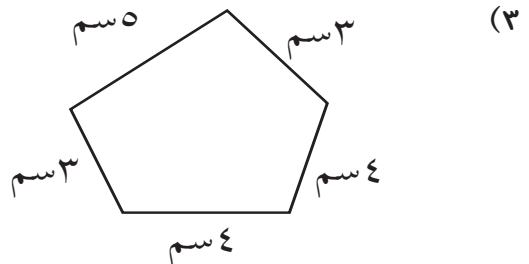
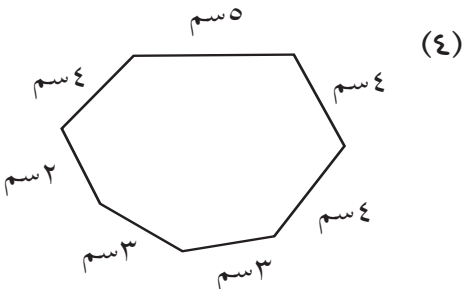
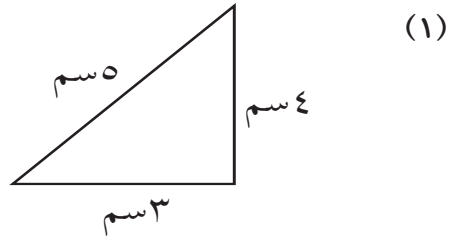
محيط المضلع أ = $5 + 5 + 5 = 15$ سم

محيط المضلع ب = $5 + 3 + 4 + 3 = 15$ سم

محيط المضلع ج = $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$ سم

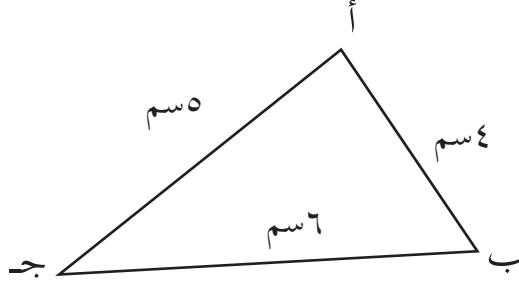
تمرين (١)

احسب/ احسبي محيط المضلعات الآتية:



محيط المثلث

انظر/ انظري المثلث أ ب ج



محيط المثلث أ ب ج = طول أ ب + طول أ ج + طول ب ج

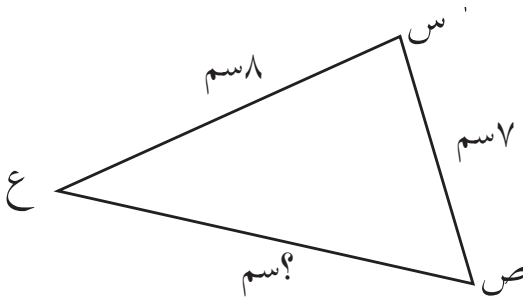
$$= 4 \text{ سم} + 5 \text{ سم} + 6 \text{ سم}$$

$$= 15 \text{ سم}$$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة

مثال (١):

إذا كان محيط المثلث س ص ع = ٢٠ سم، وكان:



$$\overline{SV} = 7 \text{ سم}$$

$$\overline{SE} = 8 \text{ سم}$$

$$\text{كم طول } \overline{VE}$$

الحل:

محيط المثلث = مجموع أضلاعه الثلاثة

$$= \overline{SV} + \overline{SE} + \overline{VE}$$

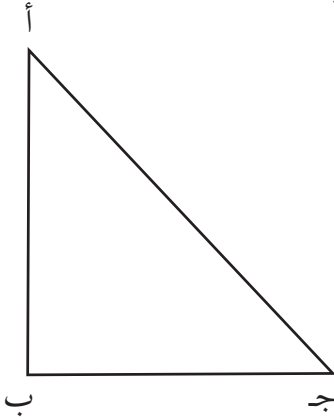
$$\text{طول الضلعين } \overline{SV} + \overline{SE} = 7 + 8 = 15 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{طول الضلع الثالث} = 20 - 15 = 5 \text{ سم}$$

تدريب:

قس/ قيسي أضلاع المثلث أ ب ج، واحسب/ احسبي محيطه.

الحل:



$$\text{.....} = \overline{\text{أ ب}}$$

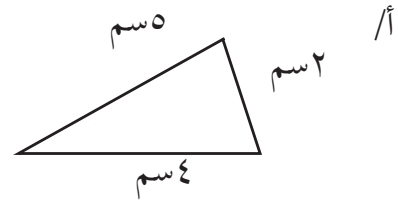
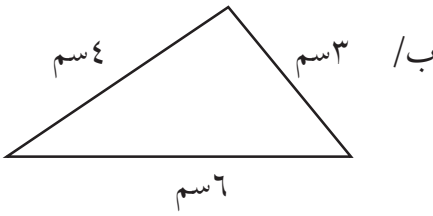
$$\text{.....} = \overline{\text{أ ج}}$$

$$\text{.....} = \overline{\text{ب ج}}$$

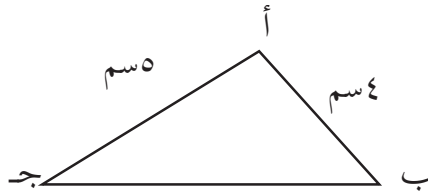
$$\therefore \text{محيط المثلث} = \text{...} + \text{...} + \text{...}$$

تمرين (٢)

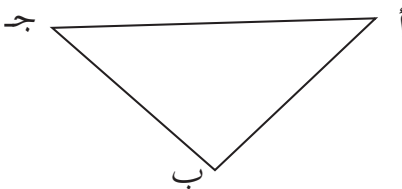
(١) جد/ جدي محيط المثلثين الآتيين:



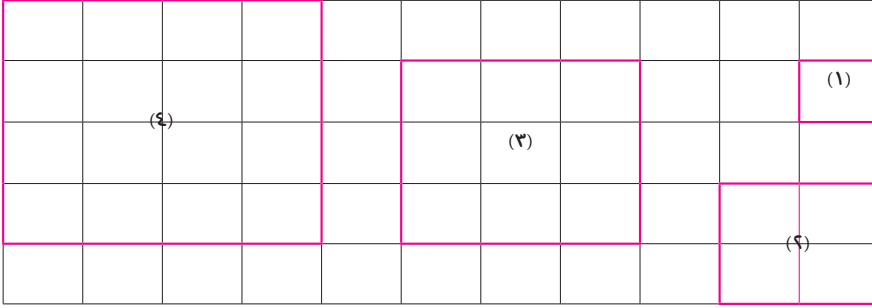
(٢) إذا كان محيط المثلث أ ب ج = ١٥ سم، جد/ جدي طول الضلع الثالث ب ج



(٣) مستعملًا المسطرة جد/ جدي محيط المثلث أ ب ج



محيط المربع



انظر/ انظري إلى الأشكال: (١)، (٢)، (٣)، (٤)

نلاحظ أن الأشكال الأربعة هي مربعات.

$$\text{محيط المربع في الشكل (١)} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \text{ سم} = 4 \times 1$$

$$\text{محيط المربع في الشكل (٢)} = 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ سم} = 4 \times 2$$

$$\text{محيط المربع في الشكل (٣)} = 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \text{ سم} = 4 \times 3$$

$$\text{محيط المربع في الشكل (٤)} = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ سم} = 4 \times 4$$

نستنتج أن:

$$\text{محيط المربع} = \text{طول ضلعه} \times 4$$

مثال (١):

إذا كان طول ضلع مربع ٥ سم، كم محيطه؟

الحل:

$$\text{محيط المربع} = \text{طول ضلعه} \times 4$$

$$= 5 \times 4 = 20 \text{ سم}$$

مثال (٢):

محيط مربع ٢٤ سم، كم طول ضلعه؟

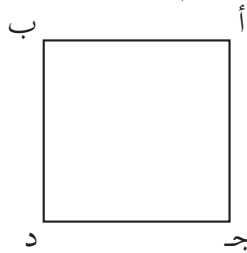
الحل:

طول ضلع المربع = المحيط $\div ٤$

$$٦ \text{ سم} = ٢٤ \div ٤ =$$

مثال (٣):

قس / قيسي أطوال ضلع المربع أ ب ج د ثم جد / جدي محيطه



الحل:

محيطه = طول أ ب + طول ب ج + طول ج د + طول د أ

$$..... = + + + =$$

تمرين (٣)

(١) احسب/ احسبي محيط المربعات الآتية:

أ- مربع طول ضلعه ٥ سم

ب- مربع طول ضلعه ٧ سم

ج- مربع طول ضلعه ٨ سم

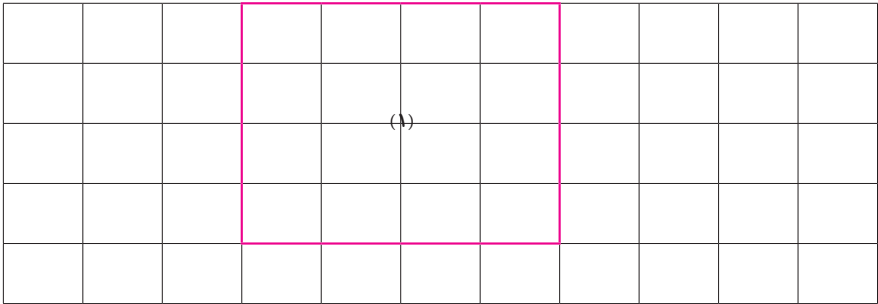
(٢) احسب/ احسبي طول ضلع المربعات الآتية:

أ- مربع محيطه ٢٠ سم

ب- مربع محيطه ٣٦ سم

ج- مربع محيطه ٤٠ سم

(٣) من الشكل قس/ قيسي طول ضلع المربع في الشكل (١) واحسب/ احسبي محيطه.



محيط المستطيل

										(٢)		
		(٤)			(٣)							
										(١)		

لاحظ / لاحظي المستطيلات في الأشكال أعلاه:

المستطيل في الشكل (١) طوله = ٢ سم، وعرضه = ١ سم

المستطيل في الشكل (٢) طوله = ٣ سم، وعرضه = ٢ سم

المستطيل في الشكل (٣) طوله = وعرضه =

محيط المستطيل في الشكل (١) = $٢ + ٢ + ١ + ١ = ٦$ سم

$٢ \times (١ + ٢) = (١ + ٢) \times ٢ = ٦$ سم

محيط المستطيل في الشكل (٢) = $٣ + ٣ + ٢ + ٢ = ١٠$ سم

$٢ \times (٢ + ٣) = (٢ + ٣) \times ٢ = ١٠$ سم

محيط المستطيل في الشكل (٣) = $٤ + ٤ + ٣ + ٣ = ١٤$ سم

$٢ \times (٣ + ٤) = (٣ + ٤) \times ٢ = ١٤$ سم

نستنتج أن:

محيط المستطيل = الطولين + العرضين

$٢ \times (الطول + العرض) =$

مثال (١):

جد/ جدي محيط المستطيل في الشكل (٤).

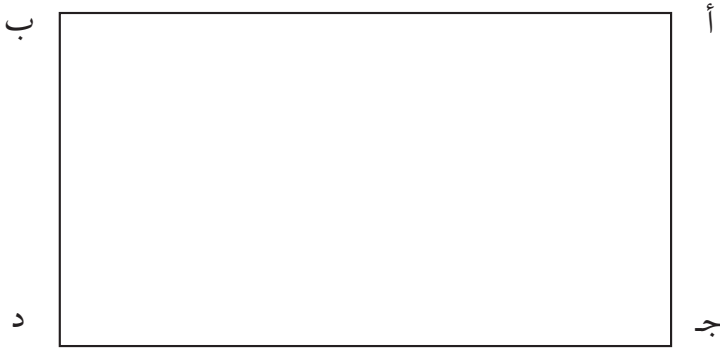
الحل:

محيط المستطيل = $٢ \times (\text{الطول} + \text{العرض})$

$$١٨ \text{ سم} = ٢ \times (٤ + ٥)$$

تدريب:

قس/ قيسي أضلاع المستطيل أ ب ج د، ثم جد/ جدي محيطه.



الحل:

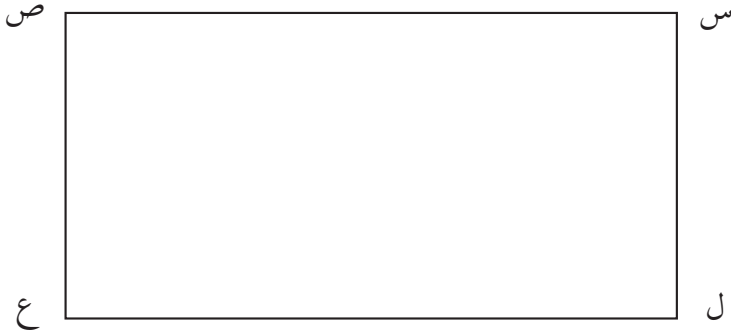
طول المستطيل = سم

عرض المستطيل = سم

$$\therefore \text{محيط المستطيل} = ٢ \times (٠٠٠ + ٠٠٠) = ٠٠٠ \times ٢ = ٠٠٠ \text{ سم}$$

تمرين (٤)

- (١) جد/ جدي محيط مستطيل طوله = ٥ سم ، وعرضه = ٤ سم
- (٢) جد/ جدي محيط مستطيل طوله = ١٠ سم ، وعرضه ٦ سم
- (٣) جد/ جدي طول مستطيل محيطه = ٢٤ سم ، وعرضه = ٥ سم
- (٤) جد/ جدي عرض مستطيل محيطه = ٣٠ سم ، وطوله = ١٠ سم
- (٥) قس/ قيسي أضلاع المستطيل س ص ع ل ثم جد/ جدي محيطه.



الدائرة

مراجعة :

ثبت / ثبتي سنّة البرجل عند النقطة م وارسم / ارسمي بقلم الرصاص منحنياً مغلقاً كما في الشكل (١)، هذا الشكل الذي رسمته يسمى دائرة.



الشكل (١)

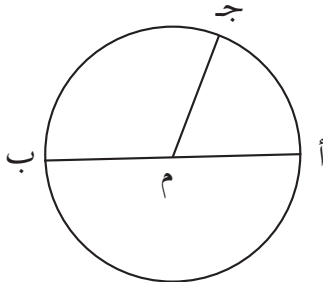
∴ كيف نرسم الدائرة:

لرسم الدائرة تتبع / تتبعين الخطوات الآتية:

١. ثبت / ثبتي قلماً رفيع السنّة في البرجل ولاحظ / لاحظي استواء سن القلم وسن البرجل.

٢. افتح / افتحي البرجل فتحة مناسبة.

٣. عين / عيني مركز الدائرة م على الورقة.



الشكل (٢)

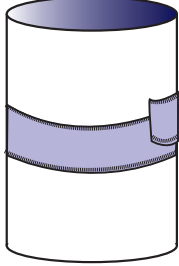
٤. اركز / اركزي سن البرجل في النقطة م وارسم / ارسمي الدائرة المطلوبة بالقلم، كما في الشكل (٢). يجب بقاء سن البرجل ثابتة في المركز كما في الشكل (١) أثناء الرسم، ويكون الخط المنحني المغلق هو الدائرة وطول المنحني المغلق هو محيط الدائرة.

محيط الدائرة هو طول الخط المنحني المغلق

- تسمى النقطة م مركز الدائرة.
- ويسمى الطول م ج نصف قطر الدائرة.
- ويسمى الطول أ ب قطر الدائرة.
- تذكر / تذكر أنه في الدائرة الواحدة طول قطر الدائرة يساوي ضعف طول نصف قطر الدائرة.

محيط الدائرة

العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها:



الشكل (٣)

١. أحضر/ أحضري علبة أسطوانية قاعدتها على شكل دائرة.

٢. أحضر/ أحضري شريطاً من الورق ولفه/ لفيه على الحافة الدائرية للعلبة.

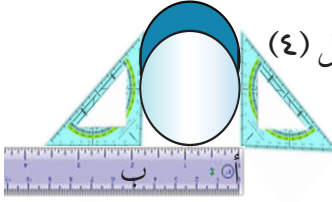
٣. ضع/ ضعي إشارة بقلم الرصاص في الموضع

الذي يطبق فيه الشريط على الطرف الآخر بعد

دورة كاملة كما في الشكل (٣)

٤. استعمل/ استعملي المسطرة لقياس طول الشريط.

طول الشريط = محيط الدائرة



الشكل (٤)

٥. احصر/ احصري العلبة بين مثلثين قائمي الزاوية كما في الشكل (٤)

٦. قس/ قيسي البعدين رأس الزاويتين القائمتين أي أ ب

هذا الطول يساوي قطر الدائرة

٧. اقسّم/ اقسّمي المحيط على القطر وجد/ جدي ناتج القسمة لأقرب منزلتين عشريتين.

إذا كان قياسك/ قياسك صحيحاً فستجد/ فستجدين أن ناتج القسمة يزيد قليلاً عن ٣

كرر/ كرري العمل السابق في الفصل عدة مرات على أجسام دائرية مختلفة، وسجل/

سجلي النتائج في جدول كالتالي:

الجسم	القطر = ٢ نق	المحيط	$\frac{\text{المحيط}}{٢ \text{ نق}}$ أو $\frac{\text{المحيط}}{\text{القطر}}$

إن ناتج قسمة محيط الدائرة على طول قطرها يساوي قيمة ثابتة بالنسبة لجميع الدوائر وتساوي تقريباً $\frac{22}{7}$ أو ٣,١٤

نسمي هذه القيمة (النسبة التقريبية) ويرمز لها بالحرف π ويقرأ باي

∴ محيط الدائرة ÷ طول قطرها = π

محيط الدائرة = π ق

أو محيط الدائرة = π نق

طول القطر = محيط الدائرة ÷ π

حيث ق هي طول قطر الدائرة

نق هي طول نصف قطر الدائرة

مثال (١):

احسب / احسبي محيط دائرة نصف قطرها ٧ سم

الحل:

محيط الدائرة = π نق

$$= 22 \times \frac{22}{7} \times 7 = 484 \text{ سم}$$

مثال (٢):

احسب / احسبي محيط دائرة قطرها يساوي ١٠ سم ($\pi = 3,14$)

الحل:

محيط الدائرة = π ق

$$= 3,14 \times 10 = 31,4 \text{ سم}$$

مثال (٣):

إذا كان محيط دائرة يساوي ١٣٢ سم، احسب/ احسبي نصف قطرها $\pi = \frac{22}{7}$

الحل:

نق = المحيط $\div 2 = \pi$

$$21 \text{ سم} = \frac{7 \times 132}{22} = \frac{22}{7} \times 2 \div 132 =$$

تمرين (٥)

(١) احسب/ احسبي محيط دائرة نصف قطرها ١٠ سم ($\pi = 3,14$)

(٢) احسب/ احسبي محيط دائرة نصف قطرها ١٤ سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

(٣) احسب/ احسبي طول قطر دائرة محيطها ٨٨ سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

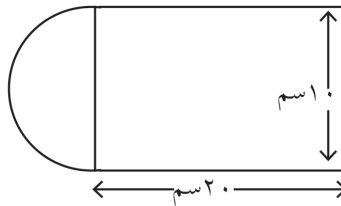
(٤) احسب/ احسبي محيط الدائرة إذا علمت أن:

أ/ طول قطرها ٣٥ سم.

ب/ طول نصف قطرها ٦,٣ سم.

(٥) احسب/ احسبي طول نصف قطر دائرة محيطها ٦٢,٨ سم ($\pi = 3,14$)

(٦) احسب/ احسبي محيط الشكل المرسوم باستعمال الأبعاد المبينة عليه ($\pi = 3,14$)



الوحدة السادسة

الزوايا والمثلثات

الزاويتان المتتامتان

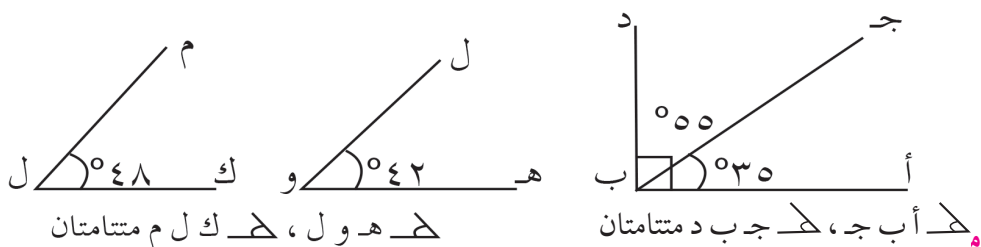
عرفنا سابقاً أن الزاوية التي قياسها 90° تسمى زاوية قائمة. وعندما يكون انفراج ضلعي الزاوية على استقامة واحدة بحيث يشكلان خطاً مستقيماً تسمى الزاوية في هذه الحالة زاوية مستقيمة، ويكون قياسها يساوي 180° كما في الشكل:



الزاويتان المتتامتان:

إذا كان مجموع قياس أي زاويتين 90° فإننا نقول إن الزاويتين في هذه الحالة متتامتان.

فالزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسهما 90° .



اكتب/ اكتبى متممات الزوايا التي قياس كل منها ما يلي:

أ/ 30° ب/ 40° ج/ 20°

الحل:

أ/ متممة الزاوية التي قياسها 30° هي الزاوية التي قياسها 60°

ب/ متممة الزاوية التي قياسها 40° هي الزاوية التي قياسها 50°

ج/ متممة الزاوية التي قياسها 20° هي الزاوية التي قياسها 70°

مثال (٢):

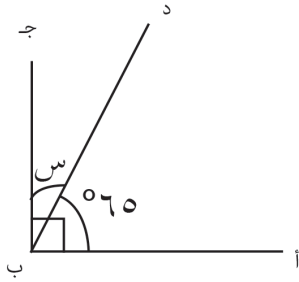
جد/ جدي قيمة س في الشكل التالي:

الحل:

$$\angle \text{أ ب ج} = 90^\circ$$

$\angle \text{د ب ج}$ جتتم $\angle \text{أ ب د}$

$$\therefore \text{س} = 25^\circ$$

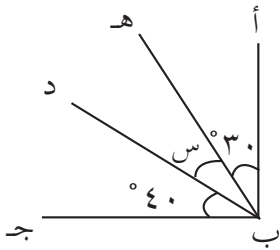


تمرين (١)

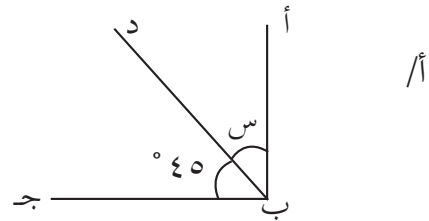
(١) احسب / احسبي متمات الزوايا الآتية:

$$\text{أ} / 15^\circ \quad \text{ب} / 75^\circ \quad \text{ج} / 35^\circ$$

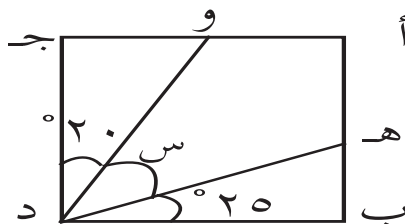
(٢) احسب / احسبي قيم س في الأشكال الآتية:



$$\angle \text{أ ب ج} = 90^\circ$$



$$\angle \text{أ ب ج} = 90^\circ$$



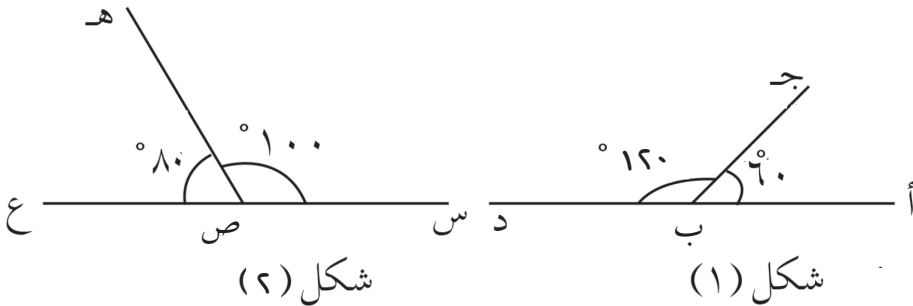
الشكل أ ب ج د مربع

الزاويتان المتكاملتان

انظر/ انظري إلى الشكل (١) نلاحظ أن:

$$\angle \text{أ ب ج} = 60^\circ$$

$$\angle \text{ج ب د} = 120^\circ$$



شكل (٢)

شكل (١)

∴ $\angle \text{أ ب ج} + \angle \text{ج ب د} = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ، وهي زاوية مستقيمة.

بما أن الزاويتين $\angle \text{أ ب ج}$ ، $\angle \text{ج ب د}$ مجموع قياسهما 180° ، فنقول إنهما زاويتان متكاملتان.

بالمثل انظر/ انظري إلى شكل (٢) نلاحظ أن:

$\angle \text{س ص هـ}$ ، $\angle \text{هـ ص ع}$ مجموع قياسهما 180° فهما زاويتان متكاملتان.

إذن:

الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما 180°

مثال (١):

جد/ جدي مكملات الزوايا الآتية:

$$\text{أ/ } 50^\circ \quad \text{ب/ } 140^\circ \quad \text{ج/ } 95^\circ$$

الحل:

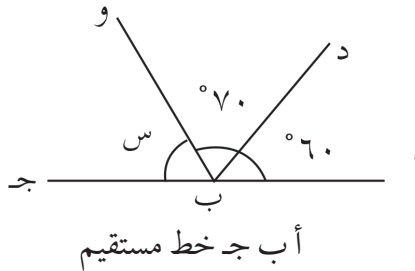
$$\text{أ/ مكملته } 50^\circ = 130^\circ$$

$$\text{ب/ مكملته } 140^\circ = 40^\circ$$

$$\text{ج/ مكملته } 95^\circ = 85^\circ$$

مثال (٢):

جدد/ جدي قيمة س في الشكل الآتي:



الحل:

لـ أ ب د، لـ د ب و، لـ و ب ج زوايا متكاملة

$$\therefore \text{س} = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ)$$

$$= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

تمرين (٢)

(١) احسب/ احسبي مكملات قياسات الزوايا الآتية:

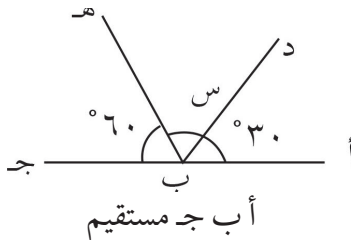
$$\text{د/ } 75^\circ$$

$$\text{ج/ } 150^\circ$$

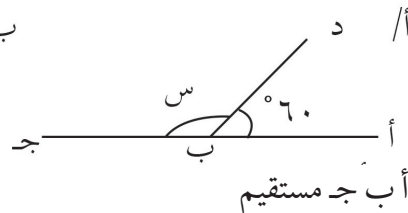
$$\text{ب/ } 70^\circ$$

$$\text{أ/ } 90^\circ$$

(٢) احسب/ احسبي قيمة س في الأشكال الآتية:



ب/



الزوايا المتقابلة بالرأس

انظر/ انظري إلى الشكل:

أد، ب ج قطعتان مستقيمتان

متقاطعتان في النقطة م

انظر/ انظري إلى الزاويتين

هـ أ م ج، هـ ب م د

نلاحظ أنهما تشتركان في الرأس م وضلعاً كلّ منهما يقعان في جهة مختلفة من الرأس المشترك والنتائج من تقاطع القطعين المستقيمتين نسميها زاويتين متقابلتين بالرأس.

فالزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان تقعان في جهتين مختلفتين من مستقيمين متقاطعين

وكذلك هـ أ م ب تقابل بالرأس هـ ج م د

قس/ قيسي كلاً من الزاويتين هـ أ م ج، هـ ب م د، ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

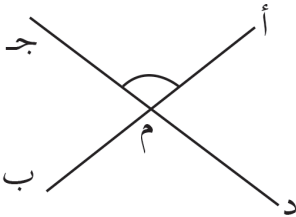
نجد أن الزوايا المتقابلة بالرأس قياساتها متساوية.

∴ قياس هـ أ م ج = قياس هـ ب م د

قياس هـ أ م ب = قياس هـ ج م د

مثال (١):

في الشكل الآتي إذا كان القطعتان المستقيمتان أ ب، ج د تتقاطعان في م، وإذا كانت هـ أ م ج = ١٠٠°، احسب/ احسبي:



قياس هـ ب م د

قياس هـ أ م د

قياس هـ ج م ب

الحل:

∴ قياس $\angle$ أ م ج = 100°

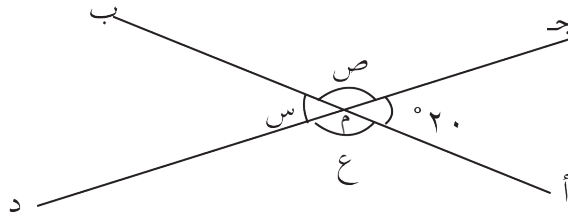
∴ قياس $\angle$ ب م د = 100° بالتقابل بالرأس

قياس $\angle$ أ م د = $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ($\angle$ أ م د و $\angle$ أ م ج متكاملتان)

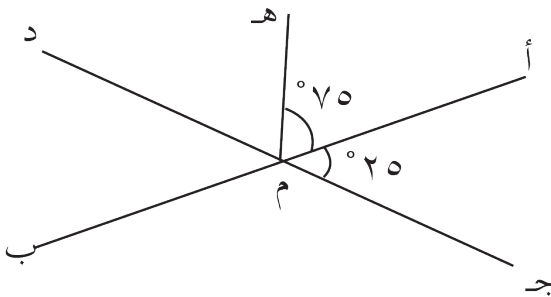
قياس $\angle$ ج م ب = 80° بالتقابل بالرأس مع $\angle$ أ م د

تمرين (٣)

(١) القطعتان المستقيمتان $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ متقاطعتان في م، احسب/ احسبي القيم س، ص، ع



(٢) $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ قطعتان مستقيمتان متقاطعتان في م



قياس $\angle$ أ م هـ = 75°

قياس $\angle$ أ م ج = 25°

جد/ جدي:

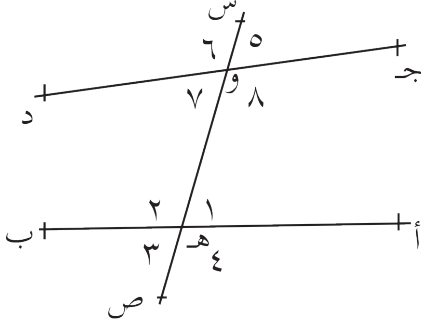
قياس $\angle$ هـ م د

قياس $\angle$ ج م ب

قياس $\angle$ ب م د

الزوايا الناشئة من تقاطع المستقيمات

إذا كان لدينا المستقيمتين $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ وقطعها القاطع $\overleftrightarrow{EF}$ عند النقطتين E و F فإن مجموعة من الزوايا تتكون.



فإذا رقمنا هذه الزوايا الناشئة

بالأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨

كما في الشكل المجاور

فإنه كما علمنا سابقاً أن

الزاويتين ٥، ٧ مثلاً زاويتان

متقابلتان بالرأس.

اذكر/ اذكر مجموعة أخرى من الزوايا المتقابلة بالرأس.

وهناك مجموعات أخرى من الزوايا حسب مواقعها تعرف بالآتي:

الزوايا الداخلية:

الزوايا الأربع التي تقع بين المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ تسمى زوايا داخلية ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا داخلية.

الزوايا الخارجية:

الزوايا الأربع التي تقع خارج المستقيمين تسمى زوايا خارجية ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا خارجية.

الزوايا المتبادلة:

ومنها زوايا متبادلة داخلياً هما:

زاويتان داخليتان في جهتين مختلفتين من القاطع وغير متجاورتين، مثل:

١، ٢ متبادلتان داخلياً

٣، ٤ متبادلتان داخلياً

ومنها الزاويتان المتبادلتان خارجياً وهما:

زاويتان خارجيتان في جهتين مختلفتين من القاطع وغير متجاورتين، مثل:

٥ـ، ٣ـ متبادلتان خارجياً

٦ـ، ٤ـ متبادلتان خارجياً

الزوايا المتناظرة:

الزاويتان المتناظرتان هما زاويتان إحداهما داخلية والأخرى خارجية، وفي جهة واحدة من

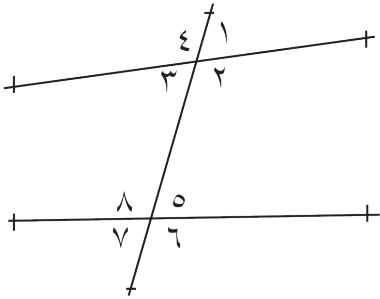
القاطع وغير متجاورتين مثل:

١ـ، ٥ـ متناظرتان

٣ـ، ٧ـ متناظرتان

اذكر/ اذكرى زوايا أخرى متناظرة.

تمرين (٤)



من الشكل المجاور:

- اذكر/ اذكرى زوايا متناظرة.

- اذكر/ اذكرى زوايا متبادلة داخلياً.

- اذكر/ اذكرى زوايا متبادلة بالرأس.

- اذكر/ اذكرى زوايا متجاورة.

- اذكر/ اذكرى زوايا متبادلة خارجياً.

الزوايا المتناظرة والمتبادلة والداخلية في حالة التوازي

إذا كان المستقيمان $أ ب$ ، $ج د$

متوازيين وقطعهما القاطع $س ص$.

فكما عرفنا أن الزاويتين ١، ٥

زاويتان متناظرتان

جد/ جدي قياس كل

من $ج د$ ، $ج د$ ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

كذلك جد/ جدي قياس كل من الزاويتين

٢ ، ٦

وهما أيضاً متناظرتان ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

نستنتج من ذلك أنه:

إذا كان المستقيمان متوازيين كل زاويتين متناظرتين متساويتان.

وكما عرفت/ عرفت كذلك فإن كلاً من $ج د$ ، $ج د$ زاويتان متبادلتان، جد/ جدي قياس كل منهما ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

خذ/ خذي الزاويتين المتبادلتين الأخرين $ج د$ ، $ج د$ وجد قياس كل منهما. ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

سنجد أنه:

إذا كان المستقيمان متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان.

وكذلك الزاويتان $ج د$ ، $ج د$ هما زاويتان داخليتان جد/ جدي قياس كل منهما. ماذا تلاحظ/ تلاحظين؟

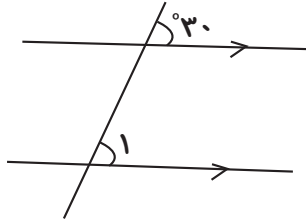
سنجد أنه:

إذا كان المستقيمان متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من

القاطع متكاملتان، أي مجموعهما ١٨٠°

مثال (١):

احسب / احسبي الزاوية ١ في الشكل التالي:



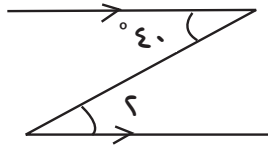
الحل:

الزاوية ١ تناظر الزاوية ٣٠ °

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ$$

مثال (٢):

في الشكل التالي احسب / احسبي قيمة الزاوية ٢

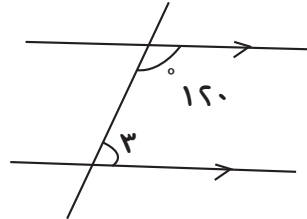


الحل:

$$\angle 2 = 40^\circ \text{ زوايا متبادلة}$$

مثال (٣):

احسب / احسبي قيمة الزاوية ٣ في الشكل أدناه:

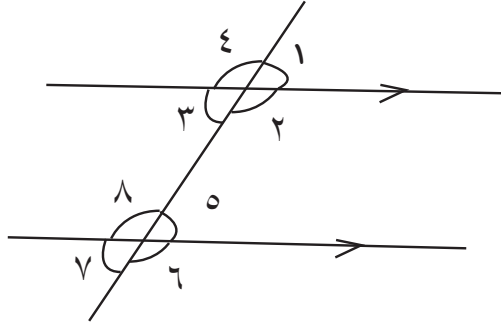


الحل:

$$\angle 3 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ زوايا داخلية}$$

تمرين (٥)

١) انظر / انظري إلى الشكل التالي وأكمل / أكمل نوع الزوايا:



الزاويتان ١، ٣ زاويتان

الزاويتان ١، ٥ زاويتان

الزاويتان ٢، ٨ زاويتان

الزاويتان ٣، ٥ زاويتان

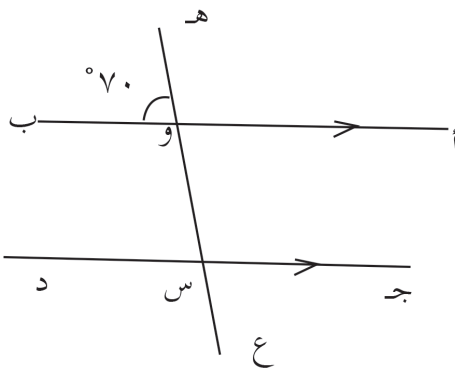
الزاويتان ٤، ٨ زاويتان

الزاويتان ٣، ٧ زاويتان

الزاويتان ٥، ٦ زاويتان

الزاويتان ٨، ٣ زاويتان

٢) في الشكل المجاور جد / جدي قيم الزوايا الآتية:



أ و س = درجة

ج س ع = درجة

ج س و = درجة

أ و هـ = درجة

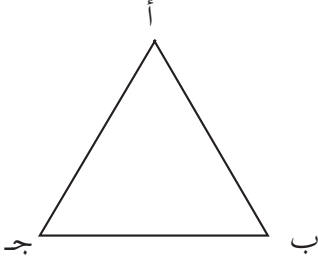
ح و س د = درجة

ح ب و س = درجة

تصنيف المثلث حسب زواياه

يصنف المثلث حسب زواياه كالآتي:

(١) المثلث حاد الزوايا:

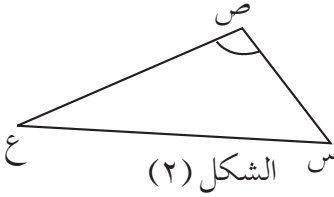


الشكل (١)

الشكل (١) يمثل مثلث أ ب ج ، جد/ جدي قياس $\angle$ أ ب ج ، $\angle$ أ ج ب ، $\angle$ ب أ ج ما نوع الزوايا ؟

يسمى المثلث الذي جميع زواياه حادة بالمثلث حاد الزوايا

(٢) المثلث منفرج الزاوية:

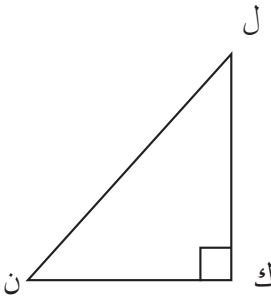


الشكل (٢)

الشكل (٢) يمثل مثلث س ص ع ، جد/ جدي قياس $\angle$ س ص ع ما نوع الزاوية ؟

يسمى المثلث الذي إحدى زواياه منفرجة بالمثلث المنفرج الزاوية

(٣) المثلث القائم الزاوية:



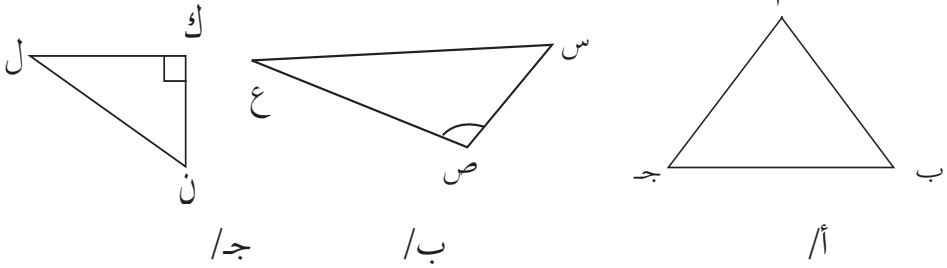
الشكل (٣)

في الشكل (٣) ماذا تسمى $\angle$ ل ك ن ؟

يسمى المثلث الذي إحدى زواياه قائمة بالمثلث القائم الزاوية

مثال (١):

ما نوع كل مثلث من المثلثات أدناه:



الحل:

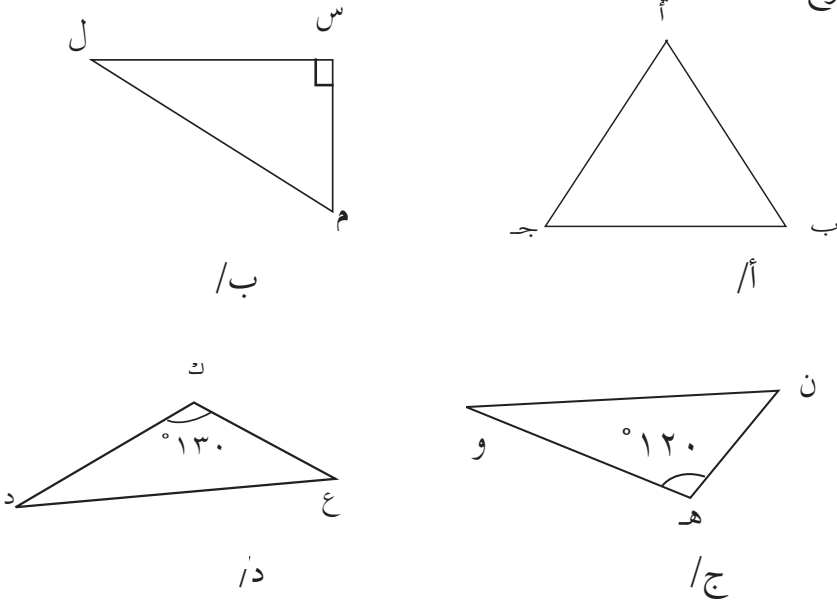
أ/ مثلث أ ب ج حاد الزوايا

ب/ مثلث س ص ع منفرج الزاوية

ج/ مثلث ل ك ن قائم الزاوية

تمرين (٦)

بين/ بيئي نوع المثلثات الآتية:

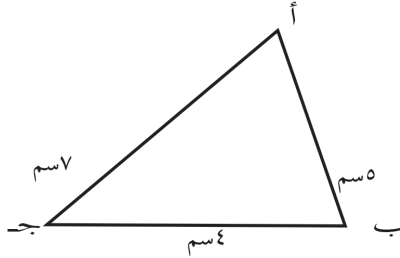


تصنيف المثلث حسب أضلاعه

يصنف المثلث حسب أطوال أضلاعه كالآتي:

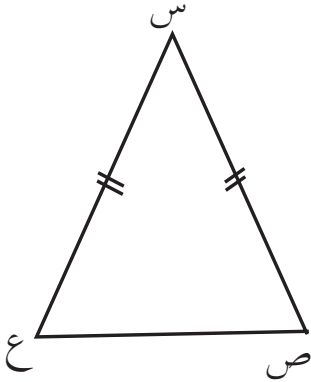
(١) المثلث المختلف الأضلاع:

وهو المثلث الذي أطوال أضلاعه غير متساوية مثل مثلث أ ب ج كما في الشكل المقابل:



(٢) المثلث متساوي الساقين:

هو المثلث الذي يتساوى فيه ضلعان وبه زاويتان متساويتان وتسمى زاويتا القاعدة كما في الشكل المقابل:

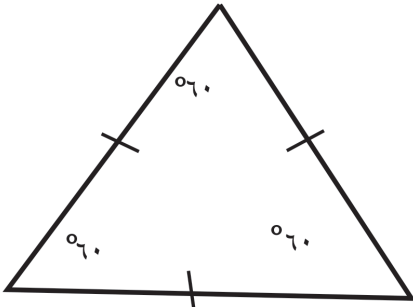


$$\overline{س ص} = \overline{س ع}$$

$$\angle س ص ع = \angle س ع ص$$

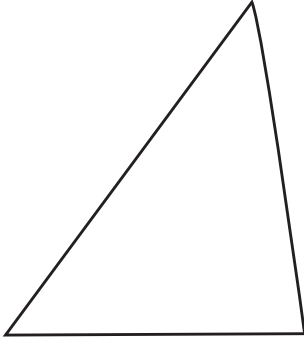
(٣) المثلث متساوي الأضلاع:

هو مثلث كل أطوال أضلاعه متساوية، وكذلك نجد أن كل زواياه متساوية كلاً منها تساوي ٦٠° كما في الشكل المقابل:

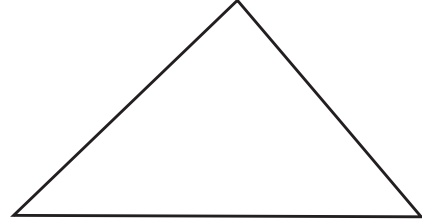


تمرين (٧)

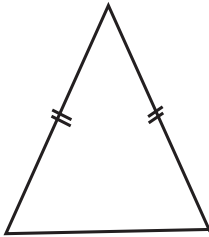
ما نوع كل مثلث بحسب أضلاعه في الأشكال الآتية؟



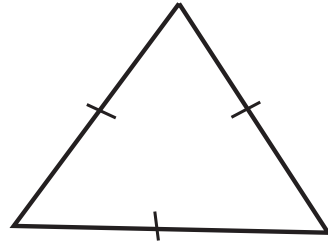
ب/



أ/



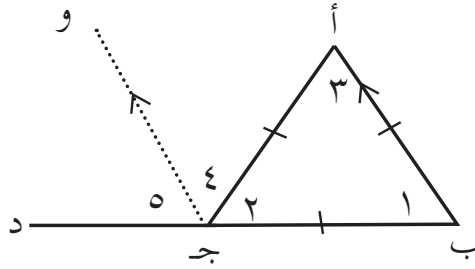
د/



ج/

مجموع قياس زوايا المثلث

انظر/ انظري الشكل الآتي:



$\triangle$ أ ب ج به الزوايا ١، ٢، ٣
 $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$

ما العلاقة بين قياس $\angle ١$ ، $\angle ٥$

ما العلاقة بين قياس $\angle ٣$ ، $\angle ٤$

$\angle ١ = \angle ٥$ زوايا متناظرة (١)

$\angle ٣ = \angle ٤$ زوايا متبادلة (٢)

بجمع (١) و (٢)

$$\angle ١ + \angle ٣ = \angle ٥ + \angle ٤$$

بإضافة $\angle ٢$ للطرفين

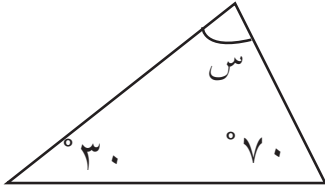
$$\angle ١ + \angle ٣ + \angle ٢ = \angle ٥ + \angle ٤ + \angle ٢$$

انظر/ انظري الشكل. ماذا تساوي $\angle ١ + \angle ٢ + \angle ٣$ ؟

$$\angle ١ + \angle ٢ + \angle ٣ = ١٨٠^\circ$$

∴ مجموع زوايا المثلث $= ١٨٠^\circ$

مثال (١):



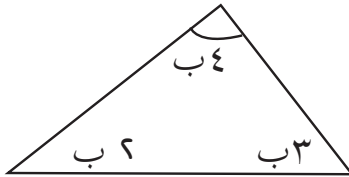
جد/ جدي قيمة س في الشكل المقابل

الحل:

$$س = ١٨٠ - (٣٠ + ٧٠)$$

$$٨٠ = ١٨٠ - ١٠٠ =$$

مثال (٢):



جد/ جدي قيمة ب في الشكل المقابل:

الحل:

$$١٨٠ = ٤ب + ٣ب + ٢ب$$

$$١٨٠ = ٩ب$$

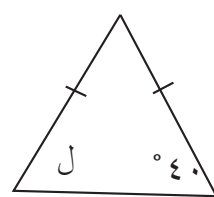
$$\therefore ٢٠ = ٩ \div ١٨٠ = ب$$

تمرين (٨)

(١) جد/ جدي قيمة ل في الأشكال الآتية:



ب/

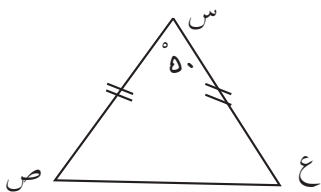


أ/

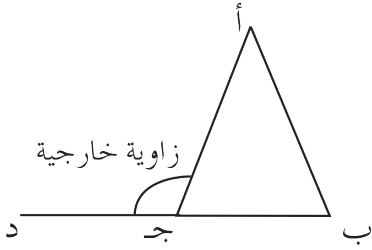
(٢) في الشكل المقابل:

جد/ جدي قياس هـ س ص ع

جد/ جدي قياس هـ ص ع س



الزاوية الخارجية للمثلث



انظر/ انظري إلى المثلث أ ب ج في الشكل المقابل:

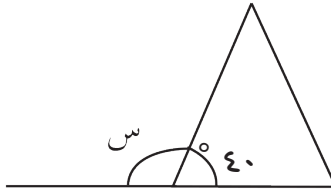
مُدّ/ مدّي الضلع ب ج إلى د

الزاوية أ ج د تسمى زاوية خارجية للمثلث أ ب ج

تتكون الزاوية الخارجية للمثلث عند مد أحد أضلاعه، فهي الزاوية بين الضلع الممتد والضلع المجاور.

مثال (١):

جد/ جدي قيمة س في الشكل المقابل:



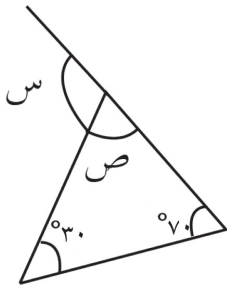
الحل:

$$س = 180 - 40 = 140^\circ$$

مثال (٢):

جد/ جدي قيمة س، ص في الشكل المقابل:

الحل:



مجموع قياسات زوايا المثلث = 180°

$$ص = 180 - (30 + 70)$$

$$= 180 - 100 = 80^\circ$$

$$س = 180 - 80 = 100^\circ$$

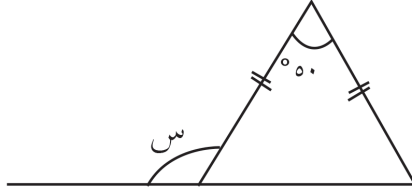
نستنتج أن:

قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع الزاويتين الداخليتين عدا الزاوية المجاورة للزاوية الخارجية.

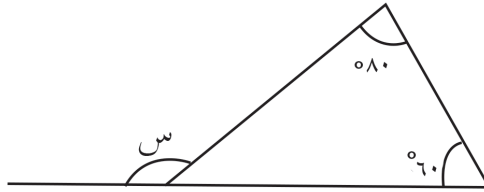
تمرين (٩)

جد/ جدي قياسات الزوايا المشار إليها بالحروف س، ص، ع:

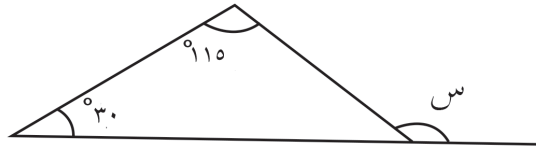
(١)



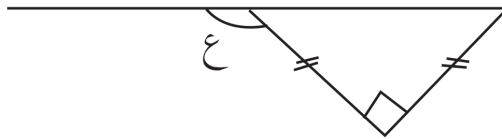
(٢)



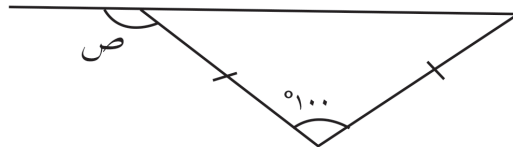
(٣)



(٤)



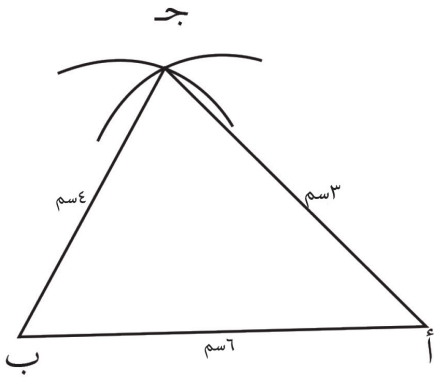
(٥)



رسم مثلث إذا علم فيه قياس أضلاعه الثلاثة

باستعمال البرجل والمسطرة ارسم / ارسمي Δ أ ب ج إذا كان فيه
 $\overline{أ ب} = ٦$ سم، $\overline{ب ج} = ٤$ سم، $\overline{ج أ} = ٣$ سم

الحل:



١. ارسم / ارسمي $\overline{أ ب} = ٦$ سم بالمسطرة.

٢. افتح / افتحي البرجل فتحة تساوي ٤ سم. واركنز / اركنزي سن البرجل في ب وارسم / ارسمي قوساً دائرياً كما في الشكل.

٣. افتح / افتحي البرجل فتحة تساوي ٣ سم وأركنز / اركنزي سن البرجل في أ وارسم / ارسمي قوساً.

٤. نلاحظ أن القوسين يتقاطعان في نقطة سم / سمّي هذه النقطة ج كما في الشكل

صلي ج أ، ب ج

∴ المثلث المطلوب هو Δ أ ب ج

تمرين (١٠)

١) ارسم / ارسمي Δ أ ب ج الذي فيه: $\overline{أ ب} = ٤$ سم، $\overline{ب ج} = ٧$ سم، $\overline{أ ج} = ٦$ سم.

٢) ارسم / ارسمي Δ س ص ع فيه $\overline{س ص} = ٧$ سم، $\overline{س ع} = \overline{ص ع} = ٥$ سم، قس / قيسي الزاويتين $\angle$ ع س ص، $\angle$ ع ص س. ما نوع هذا المثلث؟

٣) ارسم / ارسمي المثلث ك ل م فيه $\overline{ك ل} = \overline{ل م} = \overline{م ك} = ٦$ سم، قس / قيسي زوايا المثلث. ما نوع هذا المثلث؟

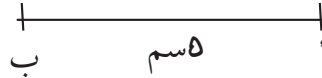
رسم مثلث إذا علم قياس زاويتين وطول ضلع يصل بين رأسيهما

مثال:

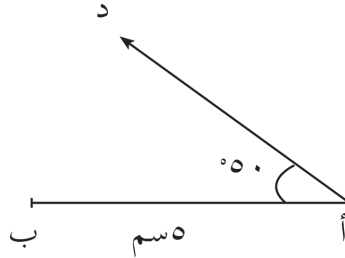
باستعمال المنقلة والمسطرة ارسم/ ارسمي Δ أ ب ج الذي فيه $\overline{أ ب} = 5$ سم، $\angle أ = 50^\circ$ ، $\angle ب = 70^\circ$

الحل:

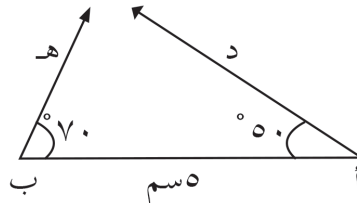
١. ارسم/ ارسمي $\overline{أ ب} = 5$ سم باستعمال المسطرة.



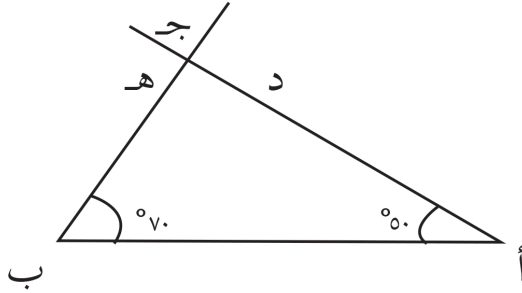
٢. ارسم/ ارسمي مستعملاً/ مستعملاً المنقلة زاوية قياسها 50° على النقطة أ بحيث يكون أحد ضلعيها $\overline{أ ب}$ والضلع الآخر الشعاع $\overrightarrow{أ د}$ كما في الشكل التالي.



٣. ارسم/ ارسمي باستعمال المنقلة زاوية قياسها 70° على النقطة ب بحيث يكون أحد ضلعيها $\overline{أ ب}$ والضلع الآخر الشعاع $\overrightarrow{ب هـ}$ كما في الشكل التالي.



٤. مُدَّ/مدِّي الشعاعين $\overrightarrow{أد}$ ، $\overrightarrow{ب هـ}$ ليتقاطعا في النقطة جـ لتكون هي الرأس الثالث للمثلث كما في الشكل التالي.



تمرين (١١)

(١) ارسم/ارسمي مثلث أ ب جـ فيه $\overline{أب} = ٧$ سم، $\angle جـ أ ب = ٦٠^\circ$ ، $\overline{أ ب جـ} = ٨٠^\circ$ ، قس/قيسي الزاوية الثالثة $\angle أ جـ ب$ ، قس/قيسي الضلعين $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$

(٢) ارسم/ارسمي مثلث س ص ع الذي فيه $\overline{س ص} = ٦$ سم، $\angle ع س ص =$ $\angle ع ص س = ٦٠^\circ$ ، قس/قيسي $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ص ع}$. مانوع هذا المثلث؟

رسم مثلث إذا علم طول ضلعين وقياس زاوية محصورة

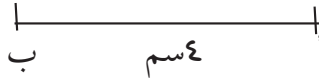
مثال:

ارسم/ ارسمي Δ أ ب ج الذي فيه $\overline{أ ب} = ٤$ سم، $\overline{أ ج} = ٦$ سم، $\angle أ = ٦٠^\circ$

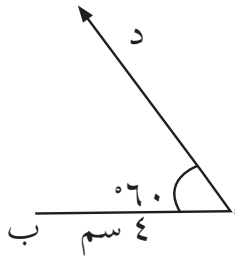
الحل:

نتبع الخطوات الآتية:

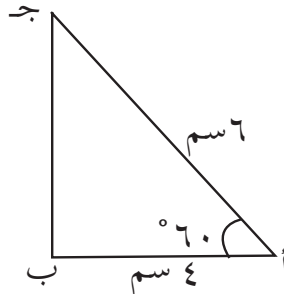
١. مستخدماً/ مستخدمةً المسطرة ارسم/ ارسمي $\overline{أ ب} = ٤$ سم



٢. ارسم مستخدماً/ ارسمي مستخدمةً المنقلة زاوية قياسها ٦٠° على النقطة أ بحيث يكون أحد الضلعين $\overline{أ ب}$ والضلع الآخر الشعاع $\overrightarrow{أ د}$



٣. باستخدام المسطرة ومن النقطة أ قس/ قيسي $\overline{أ ج} = ٦$ سم ثم صلي ج ب



تمرين (١٢)

(١) ارسم/ارسمي Δ أ ب ج الذي فيه $\overline{أ ب} = ٥$ سم، $\overline{ب ج} = ٤$ سم، قياس $\angle$ ب = ٦٥° ، قس $\overline{أ ج}$.

(٢) ارسم/ارسمي Δ ج د هـ فيه $\overline{ج د} = \overline{د هـ} = ٥$ سم، قياس $\angle$ د = ٦٤° ، قس/قيسي $\angle$ ج، $\angle$ هـ. ما نوع المثلث؟

(٣) ارسم/ارسمي Δ ب ج د فيه $\overline{ب ج} = \overline{ج د} = ٦$ سم، قياس $\angle$ ج = ٩٠° . ما نوع المثلث من حيث أضلاعه وزواياه؟

(٤) ارسم/ارسمي Δ س ص ع الذي فيه $\overline{س ص} = ٤$ سم، قياس $\angle$ ص = ١٣٦° ، $\overline{ص ع} = ٥$ سم، قس/قيسي طول $\overline{س ع}$.

رسم مثلث إذا علم طول ضلع ووتر وزاوية قائمة

مثال:

باستعمال البرجل والمسطرة والمنقلة ارسم / ارسمي Δ أ ب ج الذي فيه أ ب = ٣ سم،
ب ج = ٥ سم، و $\angle أ = 90^\circ$

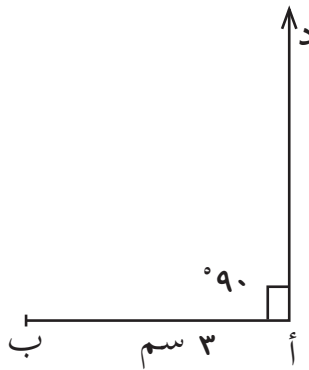
الحل:

نتبع الخطوات الآتية:

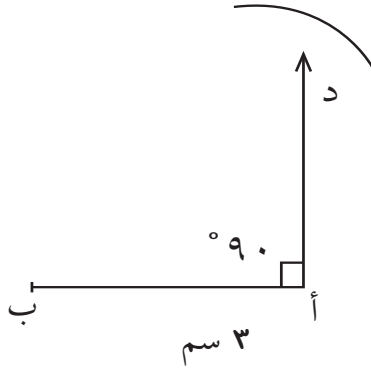
١. ارسم / ارسمي الضلع أ ب = ٣ سم باستعمال المسطرة.



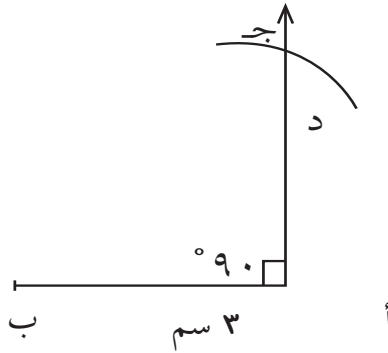
٢. ارسم / ارسمي مستعملاً / مستعملةً المنقلة زاوية مقدارها 90° على النقطة أ بحيث
يكون أحد الضلعين أ ب والضلع الآخر الشعاع أ د كما في الشكل التالي:



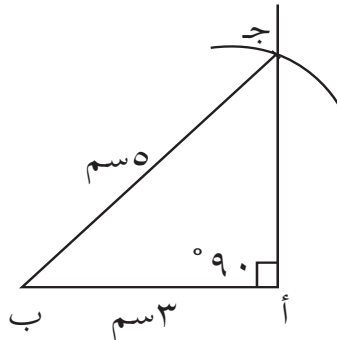
٣. افتح/ افتحي البرجل فتحة تساوي ٥ سم، واركز/ اركزي سن البرجل في النقطة ب وارسم/ ارسمي قوساً دائرياً كما في الشكل التالي:



٤. مُدِّ/ مُدِّي الشعاع أ د بحيث يتقاطع مع القوس الدائري في نقطة جـ.



٥. صل/ صلي النقطة جـ مع النقطة ب كما في الشكل التالي:



تمرين (١٣)

١) ارسم / ارسمي مثلث $\triangle$ أ ب ج الذي فيه قياس $\angle$ ب قائمة، $\overline{أ ب} = ٣$ سم،
الوتر $\overline{أ ج} = ٤$ سم

٢) ارسم / ارسمي $\triangle$ س ص ع الذي فيه قياس $\angle$ ص = ٩٠° ، $\overline{س ص} = ٤$ سم، الوتر
 $\overline{س ع} = ٥$ سم، ثم جد / جدي طول $\overline{ص ع}$.

